

1

(1) $a = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$ のとき, $a^2 + b^2 + 2ab =$ ア である。

(2) 命題「三角形 ABC は正三角形 $\implies \angle A = 60^\circ$ 」の裏は イ であり, イ は ウ である。

イ の解答群

① 「三角形 ABC は正三角形ではない $\implies \angle A \neq 60^\circ$ 」

② 「 $\angle A = 60^\circ \implies$ 三角形 ABC は正三角形」

③ 「 $\angle A \neq 60^\circ \implies$ 三角形 ABC は正三角形ではない」

ウ の解答群

① 真 ② 偽

(3) $\tan 35^\circ = 0.70$ とするとき, $I = \sin^2 35^\circ \left(1 + \frac{1}{\tan^2 55^\circ} \right)$ の値は 0. エオ である。

(4) 対応する 2 つの変数 x, y の値の組 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ について, x と y の標準偏差がそれぞれ 0.35, 0.25 であり, x と y の共分散が 0.07 である。このとき, x と y の相関係数は カ . キ である。

(5) $x^3 + x^2 + x = (x-1)^3 + a(x+1)^2 - bx - c$ が x についての恒等式となるときの定数 a, b, c の値は $a =$ ク , $b =$ ケコ , $c =$ サ である。

(6) 2 点 $A(-3, a)$, $B(1, -1)$ を結ぶ線分 AB について, AB の中点を $C(-1, 3)$, AB を 5:1 に外分する点を D とし, $E(2, 0)$ とする。このとき $a =$ シ であり, 三角形 CDE の重心は $($ ス , セ $)$ である。

(7) θ が第 3 象限の角で $\sin \theta - \cos \theta = \frac{2}{5}$ であるとき, $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{\sqrt{\text{ソタ}}}{\text{チ}}$ である。

(8) $3^x + 3^{-x} = t$ とするとき, $I = 18(9^{x-1} + 9^{-x-1}) + 4$ を t を用いて表すと, $I =$ ツ $t^{\text{テ}}$ である。

(9) 2 曲線 $y = x^2$, $y = 12 - 2x^2$ が囲む図形の面積は トナ である。

(10) 数列 $\{a_n\}$ が初項 -5 , 公差 3 の等差数列で, 等差数列 $\{b_n\}$ が $b_n = a_n + 3a_{n+1}$ ($n \geq 1$) であるとき, $\{b_n\}$ の初項は $-$ ニヌ , 公差は ネノ である。

2

(1) 頂点が $y = -x + 1$ 上にあり, 点 $(-2, 4)$ を通る放物線 C がある。

C を x 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線が, また点 $(-2, 4)$ を通るという。このとき C の方程式を求めたい。

C の頂点が $y = -x + 1$ 上にあるので, 頂点の座標を $(p, -p + \boxed{\text{ア}})$ とすると, 求める放物線 C の方程式は

$$y = a(x - p)^2 + (-p + \boxed{\boxed{\text{ア}}}) \quad (a \neq 0)$$

とおける。題意より C は点 $(-2, 4)$ と点 $(\boxed{\text{イ}}, 4)$ を通るので,

$$4 = a(-2 - p)^2 - p + 1$$

$$4 = a(\boxed{\boxed{\text{イ}}} - p)^2 - p + 1$$

である。よって $p = -\boxed{\text{ウ}}, a = \boxed{\text{エ}}$ となり, ゆえに C の

方程式は $y = \boxed{\boxed{\text{エ}}}x^2 + \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 袋の中に赤玉が 4 個, 青玉が 1 個, 白玉が 7 個入っている。この

袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき, そのうちの 1 個が青玉である確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

また, 赤, 青, 白の 3 色の玉が出る確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

さらに, 3 個の玉がすべて同じ色である確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

3

(1) 三角形 ABC の辺 AB 上に点 P, 三角形 ABC の内部に点 Q が

あり, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{BC}$ とする。

$\overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{BC}$ とおくと,

$$\overrightarrow{PQ} = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}, \quad \overrightarrow{BC} = \boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}}$$

より,

$$\overrightarrow{AP} = (\boxed{\text{オ}})\overrightarrow{AB} + (\boxed{\text{カ}})\overrightarrow{AC}$$

となる。P は AB 上にあるので, $k = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ の解答群

① $\overrightarrow{AP}$ ② $\overrightarrow{AQ}$ ③ AP ④ AQ

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ の解答群

① $\overrightarrow{AB}$ ② $\overrightarrow{AC}$ ③ AB ④ AC

$\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ の解答群

① $k + \frac{1}{2}$ ② $k - \frac{1}{2}$ ③ $-k + \frac{1}{2}$ ④ $-k - \frac{1}{2}$
 ⑤ $k + \frac{1}{3}$ ⑥ $k - \frac{1}{3}$ ⑦ $-k + \frac{1}{3}$ ⑧ $-k - \frac{1}{3}$

(2) $f(x) = x^3 - 12x$ について,

$f'(x) = \boxed{\text{ケ}}(x - \boxed{\text{コ}})(x + \boxed{\text{サ}})$ となるので, $f(x)$ は

$x = \boxed{\text{シス}}$ のときに極大値 $\boxed{\text{セソ}}$ を取り, $x = \boxed{\text{タ}}$ の

ときに極小値 $m = -\boxed{\text{チツ}}$ を取る。

次に, 定数 t に対して, 区間 $t \leq x$ 内での $f(x)$ の最小値が極小値 m 以上になるような t の範囲を求める。

$t \leq x$ で $f(x) \geq m$ であるので, $x^3 - 12x - m \geq 0$ を満たす x の

範囲を考える。 $x^3 - 12x - m = (x - \boxed{\text{テ}})^2(x + \boxed{\text{ト}}) \geq 0$

となり, $(x - \boxed{\text{テ}})^2 \geq 0$ なので $x \geq -\boxed{\text{ナ}}$ となり, よつ

て t の範囲は $t \geq -\boxed{\text{ナ}}$ となる。

1

(1) 方程式 $5x - 1 = 3|x|$ の解は $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 全体集合が $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ で、 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ と

$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \leq a\}$ がその部分集合であるとし、 a は整数とする。 $\overline{A} \cap B$ の要素がちょうど 2 つのとき、 $a = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 三角形 ABC において、 $AB=6$ 、 $BC=5$ 、 $\angle B=60^\circ$ とする。また、辺 AB 上に点 P をとり、 $AP=PC$ であるとする。

このとき、 $BP = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(4) 地点 A の 3 月 1 日から 3 月 5 日までの降雪量 (cm) のデータの分散は 5.6 であり、同じ期間において、地点 B の降雪量のデータの標準偏差は 2.5 であった。このとき、A と B のデータの散らばりの度合いは $\boxed{\text{キ}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

- ① A の方が小さい
- ② B の方が小さい
- ③ 同じである

(5) 方程式 $x^3 + 2x^2 - x - 14 = 0$ の解は

$x = 2, -\boxed{\text{ク}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}i$ である。

(6) 2 点 $A(2, 3)$ 、 $B(-2, 5)$ に対し、線分 AB を 2:1 に内分する点を C

とする。C を通り、直線 AB に垂直な直線 ℓ の方程式は

$y = \boxed{\text{コ}}x + \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(7) $I = \sin(45^\circ + 30^\circ) - \sin(45^\circ - 30^\circ)$ の値は $I = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(8) 方程式 $\log_2 x + 2\log_4(x+2) = 3$ の解は $x = \boxed{\text{タ}}$ である。

(9) $k > -1$ のとき、放物線 $y = (x-1)(x+k)$ と x 軸で囲まれる部分の面積は $\frac{k^3}{\boxed{\text{チ}}} + \frac{k^2}{2} + \frac{k}{2} + \frac{1}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(10) 等比数列 $4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots$ の初項から第 n 項までの和が $\frac{11}{4}$ であるとき、 $n = \boxed{\text{テ}}$ である。

2

- (1) a を実数とする。 x の 2 次不等式 $x^2 + (2 - 3a)x - 6a < 0$ を考える。

[イ] 左辺を因数分解すると $(x + \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}}a)$ となるので、 $-\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}a$ の大小で場合分けする。

- $a < -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} (= A \text{ とする})$ のとき、
不等式の解は $\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}}$ である。

- $a > A$ のとき、
不等式の解は $\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群

① 2	② -2	③ $2a$	④ $-2a$
⑤ 3	⑥ -3	⑦ $3a$	⑧ $-3a$

[ロ] この 2 次不等式を満たす x の値の範囲に整数がただ 1 つ

含まれるとする。これを満たす a の範囲は、

$a < A$ のときは $-\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \leq a < -\boxed{\text{サ}}$ で、

$a > A$ のときは $-\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} < a \leq \boxed{\text{セ}}$ である。

- (2) 当たりかはずれが出る 3 台のゲーム機 A,B,C があり、当たりの出る確率はそれぞれ $P_A = \frac{1}{2}$, $P_B = \frac{3}{10}$, $P_C = \frac{1}{10}$ である。

[イ] 1 回ずつ A,B,C のゲーム機で遊ぶとき、A のゲーム機だけ当たりが出る確率は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ である。よって、いずれか 1 台のゲーム機に当たりが出る確率は $\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ である。

[ロ] ゲーム機 A,B,C で当たりが出ると、それぞれメダルが 1 枚、2 枚、5 枚ずつもらえる。1 回ずつ A,B,C のゲーム機で遊ぶときの、もらえるメダルの合計枚数の期待値は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ 枚である。

3

- (1) 三角形 ABC において $AB = 4$, $AC = 3$, $\angle A = 60^\circ$ とする。点 A から直線 BC へ下ろした垂線と、点 B から直線 AC へ下ろした垂線との交点を P とおくと、 $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表す。

まず、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{ア}}$ である。

次に、 $\overrightarrow{AP} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ (a, b は実数) とおくと、 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BC}$ より、

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC} = (a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= -\boxed{\text{イウ}}a + \boxed{\text{エ}}b = 0$$

となる。

また、 $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{AC}$ より、

$$\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カ}}b - \boxed{\text{キ}} = 0$$

となる。よって $a = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となり、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\overrightarrow{AC} \text{ となる。}$$

- (2) 排水設備と給水設備がついた、容量 25 L の水槽がある。時刻 0 分の水槽の水量は 20 L で、時刻 0 分から時刻 t 分までに水を $9t$ L 排水し、 $2t^3$ L 給水した ($0 \leq t \leq t_2$)。すると、時刻 0 分から t_1 分 ($0 < t_1 < t_2$) まで水槽の水量は減り続け、時刻 t_1 分のとき V_1 L ($V_1 > 0$) となり、時刻 t_1 分から t_2 分までは水量が増え続け、時刻 t_2 分のときに水量は 20 L に戻った。

[イ] 時刻 t 分 ($0 \leq t \leq t_2$) の水槽の水量 $V(t)$ を t の式で表す

と、 $V(t) = \boxed{\text{シ}}t^3 - \boxed{\text{ス}}t + \boxed{\text{セソ}}$ L となる。

[ロ] 水量が 20 L に戻る時刻 t_2 は、

$$V(t_2) = \boxed{\text{シ}}t_2^3 - \boxed{\text{ス}}t_2 + \boxed{\text{セソ}} = \boxed{\text{タチ}}$$

より、 $t_2 = 0, \pm \frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ となるが、 $t_2 > 0$ より

$$t_2 = \frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}} \text{ 分となる。}$$

[ハ] 最小水量 V_1 とその時刻 t_1 を考える。

t_1 で $V(t)$ は極小であり、 $V'(t) = \boxed{\text{ナ}}t^2 - \boxed{\text{ニ}}$ なの

で、 $t_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ 分となる。よって最小水量 V_1 は

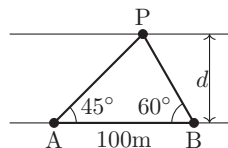
$\boxed{\text{ノハ}} - \boxed{\text{ヒ}}\sqrt{\boxed{\text{フ}}}$ L である。

1 以下の問題の解答を、解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお、この問題は、解答用紙に途中の計算式を記入する必要はない。

- (1) 産地 A のコーヒー豆 (1g あたり 10 円) と、産地 B のコーヒー豆 (1g あたり 40 円) を配合して、ブレンドコーヒー豆 200g を作りたい。予算は 3000 円以上 5000 円未満である。各コーヒー豆は 50g 単位で買えるとき、産地 A のコーヒー豆を何 g 買えばよいか。

- (2) 川的一方の岸の 2 点 A, B から向こう岸の点 P を見るとそれぞれ 45° , 60° であり、AB の長さは 100m であった。このとき、川幅の長さ d を求めよ。



- (3) 100 個の値からなるデータがあり、そのうち 35 個の値の平均値は 1.5、残りの 65 個の値の平均値は 3.5 である。データ全体の平均値を求めよ。
- (4) 和と積がともに $\frac{2}{3}$ であるような 2 つの数を求めよ。

- (5) 10 以上の自然数 n に関する以下の条件のうち、「 n は 4 の倍数」であるための必要条件とならない条件を、次の [イ],[ロ],[ハ] からすべてあげよ。

[イ] 「 n は偶数」

[ロ] 「 n は 8 の倍数」

[ハ] 「 n の下 2 桁が 4 の倍数」

- (6) 円 $x^2 + y^2 = 4$ と直線 $y = 3x + 2$ の共有点の座標を求めよ。

- (7) $I = \tan\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \sin(-\theta) + \sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$ を簡単にせよ。

- (8) 次の式を計算せよ。 $a = \left(5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}}\right)\left(5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} - 1\right)$

- (9) 定積分 $\int_0^3 |x(x-6)|dx$ を求めよ。

- (10) $S = \sum_{k=1}^7 (k^2 - 1) - \sum_{k=2}^8 k(k-2)$ の値を求めよ。

2 以下の問題の解答を、解答用紙に記述せよ。

なお、この問題は、解答用紙に途中の計算式も記入すること。

- (1) 底面が正方形で、側面が長方形の四角柱について、次の問いに答えよ。

[イ] 底面の 1 辺の長さを x 、四角柱の高さを h とするとき、四角柱の表面積 S を x と h を用いて表せ。

[ロ] $2x + h = 12$ であるとき、 S の最大値と、そのときの x の値を求めよ。

[ハ] $2x + h = 12$ で、かつ底面の面積 A が $4 \leq A \leq 25$ であるとき、 S の最大値と最小値、およびそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

- (2) ある円の円周を 8 等分する 8 点を取り、そのうちの 1 点を A とする。8 点のいずれか 3 点を頂点とする三角形を考えると、次の問いに答えよ。

[イ] 点 A を頂点の 1 つとする三角形は何通りあるか。

[ロ] 点 A を頂点の 1 つとする直角三角形は何通りあるか。

3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に途中の計算式も記入すること。

- (1) 2 つのベクトル $\vec{a} = (k, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, k, -2)$ (k は実数) について, 次の問いに答えよ。

[イ] $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直となるように k の値を定めよ。

[ロ] $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行となるように k の値を定めよ。

- (2) 次の問いに答えよ。

[イ] 関数 $y = x^3 - 9x + a$ (a は定数) の増減表を書き, その極値を a を用いて表せ。

[ロ] x の方程式 $x^3 - 9x + a = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつような, 定数 a の値の範囲を求めよ。

問題番号		解答記号	正解	配点	備考
1 (40)	(1)	ア	9	4	
		イ	1	2	
		ウ	2	2	
		エオ	49	4	
		カ・キ	0.8	4	
		ク, ケコ, サ	4,10,3	4	
		シ	7	2	
		ス, セ	1,0	2	
		$\frac{\sqrt{ソタ}}{チ}$	$\frac{\sqrt{46}}{5}$	4	
		ツ, テ	2,2	4	
2 (30)	(1)	ア	1	3	
		イ	0	3	
		ウ	1	3	
		エ	2	3	
		オ, カ	4,4	3	
	(2)	$\frac{キ}{ク}$	$\frac{1}{4}$	5	
		$\frac{ケ}{コサ}$	$\frac{7}{55}$	5	
		$\frac{シス}{セソタ}$	$\frac{39}{220}$	5	
		ア, イ	2,1	3	
		ウ, エ	2,1	3	
3 (30)	(1)	オ	1	3	
		カ	7	3	
		$\frac{キ}{ク}$	$\frac{1}{3}$	3	
	(2)	ケ, コ, サ	3,2,2	2	
		シス	−2	2	
		セソ	16	2	
		タ	2	2	
		チツ	16	2	
		テ, ト	2,4	3	
		ナ	4	2	

問題番号		解答記号	正解	配点	備考
1 (40)	(1)	ア	$\frac{1}{2}$	4	
		イ	$\frac{6}{7}$	4	
		ウ	$\frac{11}{7}$	4	
		エオ	$\frac{1}{1}$	4	
		カ	1	4	
		キ	2,3	4	
		ク, ケ	2	2	
		コ	$\frac{17}{3}$	2	
		サシ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	4	
		ス	2	4	
2 (30)	(1)	タ	6,6	4	
		チ, ツ	5	4	
		テ	2,3	2	
		ア, イ	$\frac{2}{3}$	1	
		ウ	7,2	2	
		エ	2,7	2	
		オ, カ	$\frac{4}{3}$	2	
		キ, ク	1	2	
		ケ	$\frac{1}{3}$	2	
		コ	0	2	
3 (30)	(1)	サ	$\frac{63}{200}$	5	
		シ	$\frac{200}{97}$	5	
		ス	$\frac{200}{8}$	5	
		セ	$\frac{5}{5}$	3	
		ソタ	10,3	4	
		チツテ	6,9,6	4	
		トナ	$\frac{1}{6}$	2	
		ニヌネ	$\frac{5}{9}$	2	
		ノ	2,9,20	2	
		ハ	20	2	
3 (30)	(2)	ア	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3	
		イウ, エ	6,9	3	
		オ, カ, キ	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	2	
		ク	20,3,6	3	
		ケ	2	2	
		コ	2	2	
		サ	2	2	
		シ, ス, セソ	2	2	
		タチ	2	2	
		ツ√テ	2	2	

1

(1) 150g	(6) $(0, 2), \left(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$
(2) $d = 150 - 50\sqrt{3}$ m	(7) $I = 0$
(3) 2.8	(8) $a = \frac{26}{5}$
(4) $\frac{1+\sqrt{5}i}{3}, \frac{1-\sqrt{5}i}{3}$	(9) 18
(5) [口]	(10) 0

- (1) A のコーヒー豆を x g, B のコーヒー豆を y g 買うとすると, $x + y = 200$ かつ $3000 \leq 10x + 40y < 5000$ が条件. $300 \leq x + 4(200 - x) < 500$ より $300 < 3x \leq 500$, よって $100 < x \leq \frac{500}{3} = 166.6\dots$ となる. 豆は 50g 単位の購入なので, これを満たす x は $x = \underline{150}$ g
- (2) P を通る AB の垂線と AB との交点を C とすると, $PC = d$ だから $AC = \frac{d}{\tan 45^\circ} = d$, $CB = \frac{d}{\tan 60^\circ} = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{d\sqrt{3}}{3}$ となる. よって $d + \frac{d\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}d = AB = 100$ より, $d = \frac{300}{3 + \sqrt{3}} = \frac{300(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = 50(3 - \sqrt{3}) = \underline{150 - 50\sqrt{3}}$ m
- (3) 100 個全体の平均値は $\frac{1.5 \times 35 + 3.5 \times 65}{100} = \frac{0.3 \times 7 + 0.7 \times 13}{4} = \frac{11.2}{4} = \underline{2.8}$
- (4) この 2 数は 2 次方程式 $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ の 2 つの解となる. $3x^2 - 2x + 2 = 0$ より $x = \frac{1 \pm \sqrt{1-6}}{3} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{3}$, よって求める 2 数は $\frac{1 + \sqrt{5}i}{3}, \frac{1 - \sqrt{5}i}{3}$
- (5) [イ] は, 「 n は偶数 $\Leftarrow n$ は 4 の倍数」は真なので必要条件.
[ロ] は, 「 n は 8 の倍数 $\Leftarrow n$ は 4 の倍数」は偽なので必要条件ではない.
[ハ] は, 「 n の下 2 桁が 4 の倍数 $\Leftarrow n$ は 4 の倍数」は真なので必要条件.
よって必要条件でないのは [ロ]
- (6) $x^2 + (3x + 2)^2 = 4$ より $x^2 + 9x^2 + 12x + 4 = 4$, $10x^2 + 12x = 0$, $x(5x + 6) = 0$, よって $x = 0, -\frac{6}{5}$, $x = 0$ のときは $y = 2$, $x = -\frac{6}{5}$ のときは $y = -\frac{18}{5} + 2 = -\frac{8}{5}$, よって共有点は $(0, 2), \left(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad I &= \frac{\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)}{\cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)} \sin(-\theta) + \sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = \frac{\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)}{\cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)} \left\{ \sin(-\theta) + \cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \right\} \\
 &= \frac{-\cos\theta}{\sin\theta} (-\sin\theta + \sin\theta) = \underline{0} \\
 (8) \quad a &= 5^{\frac{3}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{3}{3}} - 5^{-\frac{1}{3}} = 5 + \frac{1}{5} = \underline{\frac{26}{5}} \\
 (9) \quad 0 \leq x \leq 3 \text{ では } x(x-6) \leq 0 \text{ なので, } \int_0^3 |x(x-6)| dx &= \int_0^3 (-x^2 + 6x) dx \\
 &= \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right]_0^3 = -9 + 27 - 0 = \underline{18} \\
 (10) \quad S &= \sum_{k=1}^7 k^2 - \sum_{k=1}^7 1 - \sum_{k=1}^8 k^2 + 1 + \sum_{k=1}^8 2k - 2 = -7 - 8^2 + 1 + 8 \cdot 9 - 2 \\
 &= -7 - 64 + 1 + 72 - 2 = 73 - 73 = \underline{0}
 \end{aligned}$$

2

- (1) [イ] $S = 2x^2 + 4xh$
[ロ] $h = 12 - 2x$ より $S = 2x^2 + 4x(12 - 2x) = -6x^2 + 48x = -6(x^2 - 8x) = -6(x - 4)^2 + 96$ となり, $x > 0, h > 0$ より $0 < x < 6$ なので, S は $\underline{x = 4}$ のときに最大値 96 を取る.
[ハ] $A = x^2$ なので $4 \leq x^2 \leq 25$ より $2 \leq x \leq 5$, よって最大は $\underline{x = 4}$ のときで最大値は 96. 最小は $\underline{x = 2}$ のときで, 最小値は $-6 \cdot 4 + 96 = \underline{72}$
- (2) [イ] A 以外の 2 点を選べば三角形が作れるので, ${}_{\gamma}C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = \underline{21}$ 通り.
[ロ] 直角三角形となるのは, 辺の 1 つが直径の場合. A が直径の端点の場合は, その両端以外の 6 点を選べばよいので 6 通り, A が直径の端点でない場合は直径の選び方が 3 通りなので, 合計 9 通り

3

- (1) [イ] $\vec{a} \cdot \vec{b} = k + k - 4 = 2k - 4 = 0$ より $\underline{k = 2}$
[ロ] $\vec{b} = m\vec{a}$ (m は実数) とおけるから, $1 = mk$, $k = m$, $-2 = 2m$ より $m = -1$, $\underline{k = -1}$
- (2) [イ] $y' = 3x^2 - 9 = 3(x^2 - 3) = 3(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ より増減表は以下の通り。

x	$\cdots$	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	$\sqrt{3}$	$\cdots$
y'	+	0	-	0	+
y	$\nearrow$	極大	$\searrow$	極小	$\nearrow$

$x = -\sqrt{3}$ のとき $y = -3\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + a = a + 6\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}$ のとき
 $y = 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + a = a - 6\sqrt{3}$, よって 極大値は $a + 6\sqrt{3}$ ($x = -\sqrt{3}$ のとき),
極小値は $a - 6\sqrt{3}$ ($x = \sqrt{3}$ のとき),

[□] 3つの実数解を持つのは, $a - 6\sqrt{3} < 0 < a + 6\sqrt{3}$ のとき, よって $-6\sqrt{3} < a < 6\sqrt{3}$