企業がつくったものづくり大学

新潟工科大学

推薦特待生選抜試験
過去問題集

2023～2025年度

目　次

■ 推薦特待生選抜試験（２０２３～２０２５年度）

- ２０２３年度　数学
- ２０２４年度　数学
- ２０２５年度　数学
- ２０２３年度　数学 正答例
- ２０２４年度　数学 正答例
- ２０２５年度　数学 正答例

2023年度　数学

1　以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) 不等式 $\dfrac{2x+5}{2} - \dfrac{x+7}{3} < x$ を解け。

(2) $A = \{x \mid x$ は $x^2 - 2x - 3 < 0$ を満たす整数$\}$,

$B = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ のとき, $A \cap B$ を求めよ。

(3) 2 次方程式 $3x^2 + 2x - 4(k+1) = 0$ が実数解のみを持つような定数 k の値の範囲を求めよ。

(4) 三角形 ABC において, CA=5, $\angle$A $= 90^\circ$, $\sin C = \dfrac{1}{3}$ のとき, AB の長さを求めよ。

(5) 次のデータは, ある野球チームの 10 試合分の得点 (値は 0 以上の整数) である。

1, 0, 3, 5, 2, 3, 0, 1, 4, n (点)

データの中央値が 2 のとき, n の値, および平均値 A を求めよ。

(6) $(x-1)^{10}$ の展開式における x^7 の項の係数を求めよ。

(7) 2 点 A(3,5), B$(-1, 7)$ に対して, 線分 AB を直径とする円の方程式を求めよ。

(8) $\sin\theta = \dfrac{2}{5}$ $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ のとき, $\cos(\theta + 30^\circ)$ の値を求めよ。

(9) $I = \log_{0.5}\dfrac{10}{52} - 2\log_{0.5}\dfrac{5}{3} + \log_{0.5}\dfrac{65}{9}$ を簡単にせよ。

(10) 不定積分 $I = \displaystyle\int (x-1)(6x+5)\,dx$ を求めよ。

2 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが点 (1,0) を通り, $x = -2$ でこの関数が最大値 9 をとる。このとき, 定数 a, b, c の値を求めよ。

(2) 中心が O で半径 1 の円があり, その円周を 8 等分する 8 つの点から, 隣接する 3 点 A,B,C をとり, AB=BC となるようにするとき, 次の問いに答えよ。

[イ] AB $= a$ とするとき, a^2 の値を求めよ。

[ロ] 三角形 ABC の面積 S を求めよ。

3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 関数 $y = 16^x - 2 \times 2^{2x}$ について, 次の問いに答えよ。

[イ] $t = 4^x$ とおき, y を t の式で表せ。

[ロ] $-1 \leqq x \leqq 1$ のとき, この関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) a を定数とするとき, 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + a$ について, 次の問いに答えよ。

[イ] $f(x)$ の増減表を書き, 極値を求めよ。

[ロ] $x \geqq 0$ の範囲において $f(x) \geqq 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。

2024年度　数学

1　以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) 方程式 $\left|x-\dfrac{1}{2}\right|=1$ を解け。

(2) 次の命題の $\boxed{}$ の中に,「必要条件であるが十分条件ではない」,「十分条件であるが必要条件ではない」,「必要十分条件である」,「必要条件でも十分条件でもない」のうち, 適するものを答えよ。

「三角形 ABC が二等辺三角形であることは,

三角形 ABC が正三角形であるための $\boxed{}$ 」

(3) $\sin\theta=-2\cos\theta$ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ のとき, $\sin\theta$ の値を求めよ。

(4) 小学生 20 人の筆箱の中にある鉛筆の本数を調査したら以下の表のようになり, その平均が 4.3 本であった。

本数	3	4	5	6	合計
人数	5	a	b	3	20

このとき, a, b の値を求めよ。

(5) 放物線 $y=ax^2-6ax+a$ の頂点の y 座標が 16 のとき, 定数 a の値を求めよ。

(6) 整式 $3x^3+2x^2-7x+4$ を x^2-3 で割ったときの商 $Q(x)$ と余り $R(x)$ を求めよ。

(7) 2 点 $\mathrm{A}(-2,3)$, B に対して, 線分 AB を 3:2 に外分する点が $\mathrm{C}(4,6)$ であるとき, 点 B の座標を求めよ。

(8) $I=\dfrac{\sin 30^\circ+\cos 45^\circ+\sin 120^\circ}{\cos 30^\circ+\sin 135^\circ+\cos 300^\circ}$ の値を求めよ。

(9) $I=\log_a\left\{(\sqrt{a})^3\times a^2\div a^{\frac{1}{2}}\right\}$ を簡単にせよ。

(10) 定積分 $I=\displaystyle\int_{-2}^{2}(3x^2+5x+1)dx$ を求めよ。

2 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 軸が $x=-1$ で, 2 点 $(-2,2)$, $(2,-2)$ を通るグラフを持つ 2 次関数を求めよ。また, このグラフと x 軸との交点の x 座標を求めよ。

(2) 三角形 ABC において, AB=7, BC=5, CA=6 のとき, $\sin A$ の値を求めよ。

3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

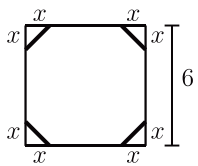
なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 関数 $y=-\left(\log_2 x\right)^2+2\log_2 x+3$ $(1 \leqq x \leqq 16)$ について, 次の問いに答えよ。

[イ] $t=\log_2 x$ の取りうる値の範囲を求めよ。

[ロ] y の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

(2) 1 辺の長さが 6 である正方形があり, 4 隅から合同な直角三角形 4 つを切り取ることで八角形を作る。このとき, 次の問いに答えよ。



[イ] 切り取った直角二等辺三角形の直角をはさむ辺の長さを x とするとき $(0<x<3)$, この八角形の面積 S を x で表せ。

[ロ] この八角形が底面で, 高さが x の八角柱の体積を V とする。V の最大値と, そのときの x の値を求めよ。

2025年度　数学

1　以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

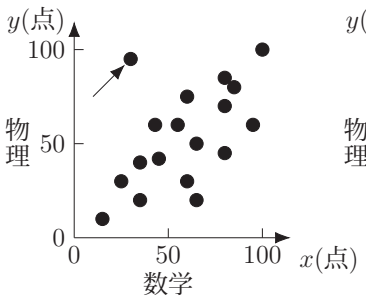
(1) 不等式 $\dfrac{x+1}{3} - \dfrac{3x-2}{4} < \dfrac{x-2}{6}$ を解け。

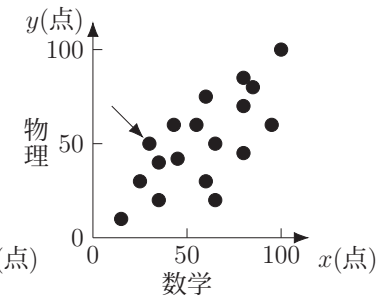
(2) 命題「$xy \neq 6 \implies x \neq 2$ または $y \neq 3$」の対偶をつくれ。

(3) 数学の点数 x と物理の点数 y を散布図に表したところ, 下の左の図のようになった。しかし, 矢印で示された 1 人のデータの物理の点数にのみ誤りがあり, 修正したところ下の右の図の矢印が示すものになった。このとき, 以下の $\boxed{}$ に, 「大きくなる」「小さくなる」「変わらない」のうち適するものをそれぞれ答えよ。

修正前と比べて修正後は x と y の相関係数は $\boxed{}$。

x の分散は $\boxed{}$。





(4) 2 次方程式 $(x+1)^2 + (x-2)^2 + 6(x-1) = 0$ を解け。

(5) 1 辺の長さが $\sqrt{3}$ の正六角形 ABCDEF に対して, 正三角形 ACE の 1 辺の長さ ℓ を求めよ。

(6) $(1-2i)x + (3+6i)y = 3x + 4y - 7$ を満たす実数 x, y を求めよ。

(7) 平面上の 3 点 $\mathrm{A}(-1, 1)$, $\mathrm{B}(2, -2)$, C に対して, 三角形 ABC の重心が $(1,0)$ のとき, $\angle\mathrm{C}$ の大きさを求めよ。

(8) $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。方程式 $\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を解け。

(9) 方程式 $2^{x-1} + 2^{3-x} = 5$ を解け。

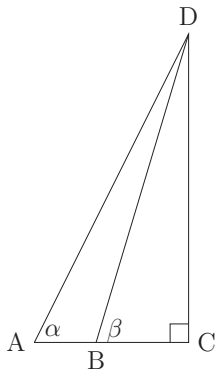
(10) 曲線 $y = -2x^2 + 3$ と 直線 $y = 1$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

2 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 2 次関数 $y = -x^2 + ax - 3$ のグラフの軸が直線 $x = 1$ であるとき, 定数 a の値を求めよ。また, この 2 次関数の最大値を求めよ。

(2) 下の図において, $\tan\alpha = 2$, $\tan\beta = \dfrac{10}{3}$, AB $= 3$ のとき, CD の長さを求めよ。



3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \geqq -1$ を解け。

(2) 3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ が $x=-1$ で極値 -4 をとると

する。このとき次の問いに答えよ。

[イ] 定数 a, b の値を求めよ。

[ロ] $f(x)$ のすべての極値を求めよ。

2023年度　数学　正答例

1

(1) $x > \frac{1}{2}$	(6) -120
(2) $A \cap B = \{0,\ 1\}$	(7) $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 5$
(3) $k \geqq -\frac{13}{12}$	(8) $\cos(\theta + 30^\circ) = \frac{3\sqrt{7}-2}{10}$
(4) $\mathrm{AB} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$	(9) $I = 1$
(5) $n = 2,\ A = 2.1$	(10) $I = 2x^3 - \frac{x^2}{2} - 5x + C$ (C は積分定数)

(1) $3(2x+5) - 2(x+7) < 6x$, $-2x+1 < 0$ より $\underline{x > \frac{1}{2}}$

(2) $x^2 - 2x - 3 < 0$ は $(x-3)(x+1) < 0$ より $-1 < x < 3$ なので $A = \{0,\ 1,\ 2\}$, よって $\underline{A \cap B = \{0,\ 1\}}$

(3) 判別式 D が $D \geqq 0$ であればよいので, $\frac{D}{4} = 1 + 12(k+1) = 12k + 13 \geqq 0$ より $\underline{k \geqq -\frac{13}{12}}$

(4) $\mathrm{BC} = \ell$, $\mathrm{AB} = h$ とすると, $\sin C = \frac{h}{\ell} = \frac{1}{3}$ より $\ell = 3h$, よって $\ell^2 = 9h^2 = h^2 + 25$ より $8h^2 = 25$, よって $\mathrm{AB} = h = \sqrt{\frac{25}{8}} = \underline{\frac{5\sqrt{2}}{4}}$

(5) n 以外を昇順に並べると, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5 であるから, n を入れたデータの中央値が 2 なので $\underline{n = 2}$, よって平均値は $A = \frac{1+1+2+2+3+3+4+5}{10} = \underline{2.1}$

(6) 二項定理より x^7 の係数は ${}_{10}\mathrm{C}_3(-1)^3 = -\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{-120}$

(7) 中心は AB の中点なので $\left(\frac{3-1}{2}, \frac{5+7}{2}\right) = (1, 6)$, 半径は AB の半分なので $\frac{\mathrm{AB}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(3+1)^2 + (5-7)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{5}$, よって $\underline{(x-1)^2 + (y-6)^2 = 5}$

(8) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ より $\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$, よって加法定理より
$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos\theta\cos 30^\circ - \sin\theta\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{21}}{5}\,\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{5}\,\frac{1}{2} = \underline{\frac{3\sqrt{7}-2}{10}}$

(9) $I = \log_{0.5}\frac{10}{52} - \log_{0.5}\frac{25}{9} + \log_{0.5}\frac{65}{9} = \log_{0.5}\left(\frac{10 \times 9 \times 65}{52 \times 25 \times 9}\right) = \log_{0.5}\frac{1}{2} = \underline{1}$

(10) $I = \int (6x^2 + 5x - 6x - 5)\,dx = \int (6x^2 - x - 5)\,dx$
$= \underline{2x^3 - \frac{x^2}{2} - 5x + C \ (C \text{ は積分定数})}$

2

(1) $x = -2$ で最大値 9 を持つから $a < 0$ で, $y = a(x+2)^2 + 9$ と書ける。(1,0) を通るので $0 = 9a + 9$ より $a = -1$, よって $y = -(x+2)^2 + 9 = -x^2 - 4x - 4 + 9 = -x^2 - 4x + 5$ となり, $\underline{a = -1,\ b = -4,\ c = 5}$

(2) [イ] $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ より, △OAB は OA=OB=1, AB=a, ∠AOB $= 45^\circ$ なので, 余弦定理より $a^2 = 1 + 1 - 2\cos 45^\circ = \underline{2 - \sqrt{2}}$

[ロ] $\angle\mathrm{OBA} = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2}$ より $\angle\mathrm{ABC} = 135^\circ$ となる。よって $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = a$ より $S = \frac{1}{2}a^2\sin 135^\circ = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$

3

(1) [イ] $y = (4^2)^x - 2 \times 4^x = (4^x)^2 - 2 \times 4^x = \underline{t^2 - 2t}$

[ロ] $-1 \leqq x \leqq 1$ より $t = 4^x$ は $\frac{1}{4} \leqq t \leqq 4$ であり, $y = t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1$ なので, $t = 1$ で最小値 -1, $t = 4$ で最大値 8 を取る。$t = 1$ のときは $x = 0$, $t = 4$ のときは $x = 1$ なので, $\underline{\text{最小値 } -1\ (x = 0 \text{ のとき}),\ \text{最大値 } 8\ (x = 1 \text{ のとき})}$

(2) [イ] $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$, $f(0) = a$, $f(4) = 64 - 96 + a = a - 32$ より増減表は以下の通り。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	a	↘	$a-32$	↗

よって $\underline{\text{極大値 } a\ (x = 0 \text{ のとき}),\ \text{極小値 } a - 32\ (x = 4 \text{ のとき})}$

[ロ] $x \geqq 0$ の範囲で $f(x) \geqq 0$ となるためには, 増減表より, $x \geqq 0$ での最小値 $f(4)$ が $f(4) \geqq 0$ であることが条件となる。よって $\underline{a \geqq 32}$

2024年度　数学　正答例

1

(1) $x=\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{1}{2}$	(6) $Q(x)=3x+2, R(x)=2x+10$
(2) 必要条件であるが十分条件ではない	(7) B(0,4)
(3) $\sin\theta=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$	(8) $I=1$
(4) $a=7,\ b=5$	(9) $I=3$
(5) $a=-2$	(10) $I=20$

(1) $x-\dfrac{1}{2}=\pm1$ より, $x=\dfrac{1}{2}\pm1=\underline{\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{1}{2}}$

(2) 「三角形 ABC が正三角形」ならば「三角形 ABC は二等辺三角形」であり, 逆は成り立たないので, <u>必要条件であるが十分条件ではない</u>

(3) $\cos\theta=-\dfrac{1}{2}\sin\theta$ より, $\sin^2\theta+\cos^2\theta=\dfrac{5}{4}\sin^2\theta=1,\ \sin^2\theta=\dfrac{4}{5}$ となるが,
$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ より $\sin\theta\geqq0$ なので, $\sin\theta=\sqrt{\dfrac{4}{5}}=\underline{\dfrac{2}{5}\sqrt{5}}$

(4) $5+a+b+3=20$ より $a+b=12$, また $\dfrac{15+4a+5b+18}{20}=4.3$ より
$4a+5b=86-33=53$, よって $\underline{a=7,\ b=5}$

(5) $y=a(x^2-6x)+a=a(x-3)^2-8a$ より頂点の y 座標は $-8a=16$, よって $\underline{a=-2}$

(6) 割り算を計算すると

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 3x & +2 & & \\ \hline
x^2-3 & 3x^3 & +2x^2 & -7x & +4 \\
 & 3x^3 & & -9x & \\ \hline
 & & 2x^2 & +2x & +4 \\
 & & 2x^2 & & -6 \\ \hline
 & & & 2x & +10
\end{array}
$$

より $\underline{Q(x)=3x+2,\ R(x)=2x+10}$

(7) B の座標を $\mathrm{B}(x,y)$ とすると, $\dfrac{-2\cdot(-2)+3x}{3-2}=4,\ \ \dfrac{-2\cdot3+3y}{3-2}=6$ より,
$3x+4=4,\ x=0,\ \ 3y-6=6,\ y=4$, よって $\underline{\mathrm{B}(0,4)}$

(8) $I=\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}}=\underline{1}$

(9) $I=\log_a a^{\frac{3}{2}+2-\frac{1}{2}}=\log_a a^3=\underline{3}$

(10) $I=2\displaystyle\int_0^2(3x^2+1)dx=2\left[x^3+x\right]_0^2=2(8+2-0)=\underline{20}$

2

(1) 軸が $x=-1$ なので $y=a(x+1)^2+b$ とおける。$(-2,2)$ を通るから $2=a+b$,
$(2,-2)$ を通るから $-2=9a+b$ となるので, $8a=-4$ より $a=-\dfrac{1}{2},\ b=\dfrac{5}{2}$ となる。$a(x+1)^2+b=-\dfrac{1}{2}(x^2+2x+1)+\dfrac{5}{2}=-\dfrac{x^2}{2}-x+2$ より
$\underline{y=-\dfrac{x^2}{2}-x+2}$
x 軸との交点は, $-\dfrac{x^2}{2}-x+2=0$ より $x^2+2x-4=0$, $x=-1\pm\sqrt{1+4}=\underline{-1\pm\sqrt{5}}$

(2) 余弦定理より $25=49+36-2\cdot7\cdot6\cos A$ となるので, $\cos A=\dfrac{85-25}{84}=\dfrac{60}{84}=\dfrac{5}{7}$,
また $0^\circ<A<180^\circ$ より $\sin A>0$ なので,
$\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{5}{7}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{49-25}}{7}=\dfrac{\sqrt{24}}{7}=\underline{\dfrac{2\sqrt{6}}{7}}$

3

(1) [イ] $1\leqq x\leqq16$ より $\underline{0\leqq t\leqq4}$
[ロ] $y=-t^2+2t+3=-(t^2-2t)+3=-(t-1)^2+4$ で, $0\leqq t\leqq4$ なので, y は $t=1$ のときに最大値, $t=4$ のときに最小値をとる。
$t=1$ のときは $x=2$ で $y=-1+2+3=4$,
$t=4$ のときは $x=16$ で $y=-16+8+3=-5$,
よって $\underline{x=2}$ のときに最大値 4, $\underline{x=16}$ のときに最小値 $\underline{-5}$ をとる

(2) [イ] $S=36-4\times\dfrac{x^2}{2}=\underline{36-2x^2}$
[ロ] $V=Sx=36x-2x^3$ で, 題意より $0<x<3$ である。
$V'=36-6x^2=-6(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})$ なので, $0<x<3$ での増減表は以下の通り。

x	0	$\cdots$	$\sqrt{6}$	$\cdots$	3
V'		$+$	0	$-$	
V		↗	極大	↘	

よって $\underline{x=\sqrt{6}}$ で最大となり, その最大値は, $V=36\sqrt{6}-2\cdot6\sqrt{6}=\underline{24\sqrt{6}}$

2025年度　数学　正答例

1

(1) $x > 2$	(6) $x = 3,\ y = 1$
(2) $x = 2$ かつ $y = 3 \implies xy = 6$	(7) $\angle \mathrm{C} = 90^\circ$
(3) x, y の相関係数は $\boxed{\text{大きくなる}}$。 x の分散は $\boxed{\text{変わらない}}$。	(8) $\theta = \dfrac{7\pi}{6},\ \dfrac{3\pi}{2}$
(4) $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}$	(9) $x = 1,\ 3$
(5) $\ell = 3$	(10) $S = \dfrac{8}{3}$

(1) $4(x+1) - 3(3x-2) < 2(x-2),\ 4x + 4 - 9x + 6 < 2x - 4$ より $-7x < -14$,
よって $\underline{x > 2}$

(2) 「$xy \neq 6 \implies x \neq 2$ または $y \neq 3$」の対偶は「$\underline{x = 2 \text{ かつ } y = 3 \implies xy = 6}$」

(3) 修正後の方がデータの直線性が増し, かつその傾きは正なので相関係数は $\boxed{\text{大きくなる}}$。
一方, x のデータは不変なので, x の分散は $\boxed{\text{変わらない}}$。

(4) $x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 + 6x - 6 = 2x^2 + 4x - 1 = 0$ より,
$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+2}}{2} = \underline{\dfrac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}}$

(5) $\ell = \mathrm{AC}$。三角形 ABC は $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \sqrt{3},\ \angle \mathrm{B} = 120^\circ$ の二等辺三角形なので,
$\mathrm{AC} = \ell = 2 \times \sqrt{3} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \underline{3}$
または余弦定理より, $\mathrm{AC}^2 = 3 + 3 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \cos 120^\circ = 6 - 6 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 9$,
よって $\mathrm{AC} = \ell = \underline{3}$

(6) 整理すると $x + 3y + i(-2x + 6y) = 3x + 4y - 7,\ 2x + y - 7 + i(2x - 6y) = 0$ となり, x, y は実数なので $2x - 6y = 0,\ 2x + y - 7 = 0$ となるから $\underline{x = 3,\ y = 1}$

(7) $\mathrm{C}(a, b)$ とすると, $\dfrac{-1+2+a}{3} = 1,\ \dfrac{1-2+b}{3} = 0$ より $a = 2,\ b = 1$,
よって $\mathrm{C}(2, 1)$ なので, 三角形 ABC は $\underline{\angle \mathrm{C} = 90^\circ}$ の直角三角形。

(8) $-\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta - \dfrac{\pi}{3} < 2\pi - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{3}$ なので, $\theta - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{7\pi}{6}$, よって
$\theta = \dfrac{7\pi}{6},\ \dfrac{9\pi}{6} = \underline{\dfrac{7\pi}{6},\ \dfrac{3\pi}{2}}$

(9) $2^x = y$ とすると $\dfrac{y}{2} + \dfrac{8}{y} = 5,\ \ y^2 + 16 = 10y,\ (y-2)(y-8) = 0,\ y = 2, 8$, よって
$\underline{x = 1,\ 3}$

(10) $y = -2x^2 + 3$ と $y = 1$ の交点の x 座標は $x = -1, 1$ であり, 求める図形は $-1 \leqq x \leqq 1$ の範囲の図形となる。その範囲では $-2x^2 + 3 \geqq 1$ なので, 求める面積は $S = \displaystyle\int_{-1}^{1} (-2x^2 + 3 - 1)dx = \left[-\dfrac{2x^3}{3} + 2x\right]_{-1}^{1} = \left(-\dfrac{2}{3} + 2\right) - \left(\dfrac{2}{3} - 2\right) = \underline{\dfrac{8}{3}}$

2

(1) $y = -x^2 + ax - 3 = -(x^2 - ax) - 3 = -\left(x - \dfrac{a}{2}\right)^2 + \dfrac{a^2}{4} - 3$ より, 軸は $x = \dfrac{a}{2}$
なので $\underline{a = 2}$。最大値は $x = 1$ のとき $\dfrac{a^2}{4} - 3 = \underline{-2}$

(2) $\mathrm{BC} = x,\ \mathrm{CD} = y$ とすると, $\tan\alpha = \dfrac{y}{3+x} = 2,\ \ \tan\beta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{10}{3}$ より,
$y = 6 + 2x = \dfrac{10}{3}x$ となる。 $10x = 18 + 6x,\ \ 4x = 18$ より $x = \dfrac{9}{2}$,
$y = \mathrm{CD} = \dfrac{10}{3} \times \dfrac{9}{2} = \underline{15}$

3

(1) $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)(x-4) \geqq -1$ より $(x-3)(x-4) \leqq \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1} = 2,\ \ x^2 - 7x + 10 \leqq 0$,
$(x-2)(x-5) \leqq 0$, よって $2 \leqq x \leqq 5$ となるが, 真数条件より $x > 4$ なので,
$\underline{4 < x \leqq 5}$

(2) [イ] 題意より $f(-1) = -4,\ f'(-1) = 0$ となる。$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ より,
$f'(-1) = 3 - 2a + b = 0,\ f(-1) = -1 + a - b = -4$,
よって $2a - b = 3,\ a - b = -3$ より $\underline{a = 6,\ b = 9}$

[ロ] $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9 = 3(x^2 + 4x + 3) = 3(x+1)(x+3)$ より増減表は以下の通り。

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$ より $f(-3) = -27 + 54 - 27 = 0,\ f(-1) = -4$ なので,
$\underline{\text{極大値 } 0\ (x = -3 \text{ のとき}),\ \text{極小値 } -4\ (x = -1 \text{ のとき})}$