2024年度一般選抜A日程(1日目) 数学

1

(1) $I = x^4 - 7x^2 - 18$ を因数分解すると

$I = \left(x - \boxed{ア}\right)\left(x + \boxed{イ}\right)\left(x^2 + \boxed{ウ}\right)$ となる。

(2) 次の ①, ②, ③ のうち, 正しいものは $\boxed{エ}$ である。

① 「a, b のうち, 少なくともひとつは負の数である」の否定は「a, b はどちらも 0 以上の数である」

② 「$a = 0$ かつ $b = 1$ ならば $ab = 0$」の対偶は「$a \fallingdotseq 0$ または $b \fallingdotseq 1$ ならば $ab \fallingdotseq 0$」

③ 「$1 < |a|$ ならば $a \fallingdotseq 1$」の逆は「$a = 1$ ならば $|a| \leqq 1$」

(3) 三角形 ABC において, AB$= 2\sqrt{6}$, CA=3, $\angle$C $= 120°$ のとき,

$\cos B = \dfrac{\sqrt{\boxed{オカ}}}{\boxed{キ}}$ である。

(4) 10 個の値

5, 6, 7, 6, 4, 3, 5, 1, 3, x

のデータの平均値は 4.5 である。このとき, x の値は $\boxed{ク}$ であり, 第 1 四分位数は $\boxed{ケ}$ である。

(5) 整式 $x^3 + 2x^2 - x + a$ が $x + 2$ を因数に持つとき, 定数 a の値は $\boxed{コサ}$ である。

(6) 不等式 $2x^2+2y^2-3x+6y \leqq 0$ の示す領域の面積 S は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}\pi$ である。

(7) $180° \leqq \theta \leqq 360°$ のとき, $-\sqrt{3} \leqq 2\cos\theta \leqq 1$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{タ} \leqq \theta \leqq \boxed{チ}$ である。

$\boxed{タ}$, $\boxed{チ}$ の解答群

① 180°	② 210°	③ 225°	④ 240°	⑤ 270°
⑥ 300°	⑦ 315°	⑧ 330°	⑨ 360°	

(8) 関数 $y = 2^{2x-1} - 3 \cdot 2^x + \dfrac{9}{2}$ の最小値を与える x は

$x = \log_{\boxed{ツ}} \boxed{テ}$ である。

(9) $f'(x) = 6x(x-1) + 2$, $f(-1) = -4$ を満たす関数 $f(x)$ は,

$f(x) = \boxed{ト}\,x^3 - \boxed{ナ}\,x^2 + \boxed{ニ}\,x + \boxed{ヌ}$ である。

(10) 924 の正の約数の個数は $\boxed{ネノ}$ 個である。

(11) 和 $S = \displaystyle\sum_{k=2}^{n-1} 6k^2$ を計算すると

$S = \boxed{ハ}\,n^3 - \boxed{ヒ}\,n^2 + n - \boxed{フ}$ となる。

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) 周囲の長さが 20cm の長方形で,

(あ) 面積が 20cm^2 以上

(い) 縦の長さが横の長さより短い

となるものを考える。

縦の辺の長さを a cm ($a > 0$) とすると, (あ) の条件から a は

2 次不等式

$$a^2 - \boxed{\text{アイ}}\,a + \boxed{\text{ウエ}} \leqq 0$$

を満たすので, これを解くと

$$\boxed{\text{オ}} - \sqrt{\boxed{\text{カ}}} \leqq a \leqq \boxed{\boxed{\text{オ}}} + \sqrt{\boxed{\boxed{\text{カ}}}}$$

となる。

よって (あ), (い) の両方を満たす a の値の範囲は,

$$\boxed{\boxed{\text{オ}}} - \sqrt{\boxed{\boxed{\text{カ}}}} \leqq a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

(2) 平面上に 10 本の直線があり, どの 2 本も平行ではなく, どの 3 本も 1 点で交わらないとする。このとき, 交点は全部で $\boxed{\text{クケ}}$ 個ある。

また, この 10 本の直線のから 1 本を取り除いた場合, 残りの 9 本の直線が作る三角形は全部で $\boxed{\text{コサ}}$ 個になる。

$\boxed{3}$

(1) [イ] 空間ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, およびそれらのなす角 θ に対し,

$\cos\theta = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ となる。

$\boxed{\boxed{ア}}$, $\boxed{\boxed{イ}}$ の解答群

① $\vec{a}\cdot\vec{b}$	② $\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert$	③ $\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert$
④ $\lvert\vec{a}\rvert+\lvert\vec{b}\rvert$	⑤ $\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$	⑥ 1

[ロ] 空間ベクトル $\vec{a}=(1,-1,4)$, $\vec{b}=(x,y,1)$ が $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$ で, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° であるとする。

このとき, [イ] より $x-y=\boxed{ウ}$ となる。

また, $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$ より $x^2+y^2=\boxed{エオ}$ となる。

よって $x=\boxed{カ}$, $\boxed{キ}$ となる。

$\left(\text{ただし } \boxed{\boxed{カ}} < \boxed{\boxed{キ}} \text{ とする。}\right)$

このとき $\vec{b}$ は,

$\vec{b}=\left(\boxed{\boxed{カ}}, \boxed{クケ}, 1\right), \left(\boxed{\boxed{キ}}, \boxed{コサ}, 1\right)$ となる。

(2) 3 次関数 $y=ax^3+bx^2-3x+c$ (a,b,c は定数) のグラフの $x=-1$ における接線の方程式が $y=8x+3$, $x=1$ における接線の方程式が $y=-8x-1$ であるとする。

[イ] この 3 次関数を微分すると

$$y'=\boxed{シ}\,ax^2+\boxed{ス}\,bx-3$$

となる。

$x=-1$ における接線は, 接点が $\left(-1, \boxed{セソ}\right)$ で, 傾きが $\boxed{タ}$ である。$x=1$ における接線の傾きは $\boxed{チツ}$ なので, よって a,b,c の値は $a=\boxed{テ}$, $b=\boxed{トナ}$, $c=\boxed{ニヌ}$ である。

[ロ] [イ] より

$$y'=\left(\boxed{ネ}\,x+\boxed{ノ}\right)\left(x-\boxed{ハ}\right)$$

となるので, y は $x=\boxed{ヒ}$ で極小値 $\boxed{フヘホ}$ をとる。

2024年度一般選抜A日程(2日目) 数学

1

(1) $x = \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$ のとき $x^2 - y^2 = \boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) $U = \{x \mid 10 \leqq x \leqq 20 \text{ の整数}\}$ を全体集合とする。

$A = \{x \mid x \text{ は } 10 \leqq x \leqq 20 \text{ の素数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$ とするとき, $\overline{A \cup B} = \boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\boxed{\text{エ}}}$ の解答群

① ϕ　② $\{15\}$　③ $\{10, 14, 16, 20\}$

④ $\{11, 12, 13, 15, 17, 18, 19\}$

⑤ $\{10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20\}$　⑥ U

(3) 三角形 ABC において, $\mathrm{BC} + \mathrm{CA}\cos C = \mathrm{AB}\cos B$ が成り立つとき, 三角形 ABC は $\boxed{\text{オ}} = 90^\circ$ の直角三角形である。

$\boxed{\boxed{\text{オ}}}$ の解答群　① ∠A　② ∠B　③ ∠C

(4) 複素数 $\alpha = 3 + 2i$ に対し, $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\bar{\alpha}} = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ となる。

(5) 原点 O と 2 点 A(2, 1), B(2, 0) からなる直角三角形 OAB を考える。△OAB の斜辺 OA に垂直で △OAB の重心を通る直線の方程式は $y = \boxed{\text{ケコ}}\,x + \boxed{\text{サ}}$ である。

(6) 下の表は 5 名の学生の数学と物理の小テストの点数である。

	A	B	C	D	E
数学 (点)	10	7	6	8	x
物理 (点)	9	8	6	10	7

数学の平均点よりも物理の平均点が高く, 数学の点数の中央値は 8 点である。このとき, 整数 x の値は $\boxed{\text{シ}}$ (点) である。

(7) $I = \cos 165^\circ + \sin 15^\circ$ の値は, $I = \dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(8) $\log_{10} 2 = 0.3$ とするとき, 不等式 $2^{5x} > 2000$ の解は $x > \boxed{\text{タ}}.\boxed{\text{チ}}$ である。

(9) $\displaystyle\int_1^2 (x+1)(2x-a)\,dx = 5$ を満たす定数 a の値は $a = \dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(10) a を自然数とする。$a+1$ が 8 の倍数, $a+2$ が 7 の倍数であるとき, 次の ①〜③ のうち正しいものは $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{\boxed{\text{ニ}}}$ の解答群

① $a+3$ は 56 の倍数　② $a+7$ は 56 の倍数

③ $a+9$ は 56 の倍数

(11) 第 4 項が 23, 第 7 項が 11 の等差数列で, 初めて負になるのは第 $\boxed{\text{ヌネ}}$ 項である。

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) 関数 $f(x) = x^2 + 4x - 3$ について考える。

[イ] $f(x) = \left(x + \boxed{\text{ア}}\right)^2 - \boxed{\text{イ}}$ より, $y = f(x)$ のグラフの頂点は $\left(\boxed{\text{ウエ}}, \boxed{\text{オカ}}\right)$ である。

[ロ] $f(x) = 2$ となる x は $x = \boxed{\text{キク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ なので,

$a \leqq x \leqq a + 5$ で $f(x)$ の最大値が 2, 最小値が $\boxed{\boxed{\text{オカ}}}$ となる a は, $a = \boxed{\text{コサ}}$, $\boxed{\text{シス}}$ である。

$\left(\text{ただし } \boxed{\boxed{\text{コサ}}} < \boxed{\boxed{\text{シス}}} \text{ とする。}\right)$

(2) さいころ 3 個を同時に投げるとする。

このとき, 少なくとも 1 個偶数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

また, さいころ 3 個を同時に投げることを 3 回くり返したとき, 1 回だけ 3 個すべてが奇数の目である確率は $\dfrac{\boxed{\text{タチツ}}}{\boxed{\text{テトナ}}}$ である。

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $\overrightarrow{a} = (1, 3)$, $\overrightarrow{b} = (2, -1)$ とする。

[イ] $\overrightarrow{c} = (7, 0) = s\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ となる実数 s, t の値は

$s = \boxed{\text{ア}}$, $t = \boxed{\text{イ}}$ である。

[ロ] $\overrightarrow{d} = p\overrightarrow{a} + 4\overrightarrow{b}$ が $\overrightarrow{d} \perp \overrightarrow{a}$ となる実数 p の値は

$p = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり, このとき $\overrightarrow{d}$ は,

$$\overrightarrow{d} = \left(\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \frac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right) = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}(3, -1)$$ と

なる。

(2) 関数 $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$ について考える。

[イ] この関数の導関数は

$$y' = \boxed{\text{ソ}}\,x^2 - \boxed{\text{タチ}}\,x + \boxed{\text{ツテ}}$$

なので, y は $x = \boxed{\text{ト}}$ のときに極大値 $\boxed{\text{ナ}}$ をとり,

$x = \boxed{\text{ニ}}$ のときに極小値 $\boxed{\text{ヌ}}$ をとる。

[ロ] このグラフの $x = 3$ における接線 ℓ_1 と平行なもうひとつの接線 ℓ_2 を求める。

ℓ_1 の傾きは $\boxed{\text{ネノ}}$ であり, 傾きが $\boxed{\boxed{\text{ネノ}}}$ になる接点の x 座標は $x = 3$, $\boxed{\text{ハ}}$ である。よって ℓ_2 の方程式は

$$y = \boxed{\text{ヒフ}}\,x + \boxed{\text{ヘ}}$$

である。

2024年度一般選抜B日程 数学

1 以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} 0.2x + 0.5 \geqq 0.4x - 0.3 \\ \dfrac{1}{2}x > \dfrac{1}{3}x - 1 \end{cases}$$

(2) 実数を要素とする集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$,

$B = \{x \mid k \leqq x \leqq 3\}$ に対して, $A \cap B$ が整数の要素を 1 つだけもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

(3) 三角形 ABC において, BC=3, $\angle \mathrm{C} = 90^\circ$, $\tan B = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき, AB の長さを求めよ。

(4) 以下のデータは, ある大学教員が 10 本の論文の審査にかけた日数である。

5, 12, 5, 3, 2, 19, 2, 2, 1, 2 (単位 日)

各値の偏差の最大値を求めよ。

(5) 等式 $\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(x^2+1)} = \dfrac{a}{x-2} + \dfrac{b}{x^2+1}$ が x についての恒等式になるような定数 a,b の値を求めよ。

(6) 2 点 A$(1, 3)$, B$(-3, 0)$ から等距離にある点 P の軌跡の方程式を求めよ。

(7) $\sin\theta = \dfrac{2}{5}$ のとき, $I = \dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ の値を求めよ。

(8) $\log_2 x + \log_4 x - \log_8 x = 7$ のとき, x の値を求めよ。

(9) 放物線 $y = -x^2 + 6x$ と x 軸, および 2 直線 $x = 1$, $x = 3$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(10) $\sqrt{n^2 - 51}$ が整数となるような正の整数 n の値をすべて求めよ。

(11) 等比数列 $\sqrt{2} - 1,\ 2 - \sqrt{2},\ 2\sqrt{2} - 2, \ldots$ の, 初項から第 6 項までの和 S_6 を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 2 つの放物線 C_1: $y = x^2 + 4ax + 5a + 6$, C_2: $y = x^2 + 2ax + a$ (a は定数) について, C_1 の頂点が C_2 上にあるとき, a の値を求めよ。

(2) 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5 の数をひとつずつ書いたカード 8 枚から同時に 3 枚取り出す。その 3 枚のカードに書かれた数の合計が奇数になる確率 p を求めよ。また, その合計が 10 になる確率 q を求めよ。

[2024–数学–B]

$\boxed{\mathbf{3}}$ 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) $\overrightarrow{a} = (1, 3, -2)$ と $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} + t(2, -1, 2)$ が垂直のとき, 実数 t の値を求めよ。また, そのときの $|\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}|$ を求めよ。

(2) $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + b$ (a, b は定数, $a > 0$) について, 次の問いに答えよ。

[イ] $f(x)$ の増減表を書き, 極大値を求めよ。

[ロ] $0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最大値が 10, 最小値が 0 のとき, a, b の値を求めよ。

２０２４年度一般選抜Ａ日程（１日目）数学 正答例

1

(1) $I = x^4 - 7x^2 - 18 = (x^2-9)(x^2+2) = (x-\boxed{3})(x+\boxed{3})(x^2+\boxed{2})$

(2) $\boxed{①}$ が正しい。② は対偶でなく裏, ③ は逆でなく対偶

(3) 正弦定理より $\frac{3}{\sin B} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 120^\circ} = 4\sqrt{2}$, よって $\sin B = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$ となる。∠C が鈍角だから ∠B は鋭角で $\cos B > 0$ であり, よって $\cos B = \sqrt{1-\sin^2 B} = \sqrt{1-\frac{9}{32}}$
$= \sqrt{\frac{23}{32}} = \frac{\sqrt{\boxed{46}}}{\boxed{8}}$

(4) $\frac{5+6+7+6+4+3+5+1+3+x}{10} = \frac{40+x}{10} = 4.5$ より $x = 45-40 = \boxed{5}$
小さい順に並べると, 1,3,3,4,5,5,5,6,6,7 となるので, 第 1 四分位数は $\boxed{3}$

(5) 因数定理より -2 を代入すると 0 となるから, $-8+8+2+a=0$ より $a = \boxed{-2}$

(6) $x^2+y^2-\frac{3}{2}x+3y \leqq 0$, $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2 \leqq \frac{9}{16}+\frac{9}{4} = \frac{45}{16}$ となり, これは半径が $\sqrt{\frac{45}{16}} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$ の円の内部なので, その面積は $\frac{\boxed{45}}{\boxed{16}}\pi$

(7) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq \cos\theta \leqq \frac{1}{2}$, および $180^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$ より, $\boxed{210^\circ} \leqq \theta \leqq \boxed{300^\circ}$

(8) $t = 2^x$ とすると, $y = \frac{t^2}{2} - 3t + \frac{9}{2} = \frac{1}{2}(t-3)^2$ となるので, y の最小値は $t=3$ のときにとる。このとき x は $2^x = 3$ より $x = \log_{\boxed{2}}\boxed{3}$

(9) $f'(x) = 6x^2-6x+2$ より $f(x) = \int(6x^2-6x+2)dx = 2x^3-3x^2+2x+C$, $f(-1) = -2-3-2+C = -4$ より $C=3$, よって $f(x) = \boxed{2}x^3 - \boxed{3}x^2+\boxed{2}x+\boxed{3}$

(10) $924 = 2^2\cdot3\cdot7\cdot11$ なので, その約数の個数は, $3\cdot2\cdot2\cdot2 = \boxed{24}$ 個

(11) $S = \sum_{k=1}^{n} 6k^2 - 6n^2 - 6 = n(n+1)(2n+1) - 6n^2 - 6 = n(2n^2+3n+1) - 6n^2 - 6$
$= \boxed{2}n^3 - \boxed{3}n^2 + n - \boxed{6}$

2

(1) 横の長さは $(10-a)$cm となるので, (あ) の条件より $a(10-a) \geqq 20$,
よって 2 次不等式 $a^2 - \boxed{10}a + \boxed{20} \leqq 0$ となる。
2 次方程式 $a^2-10a+20=0$ の解は, $a = 5\pm\sqrt{25-20} = 5\pm\sqrt{5}$ なので, 2 次不等式の解は $\boxed{5} - \sqrt{\boxed{5}} \leqq a \leqq 5+\sqrt{5}$ となる。
また (い) より $a < 10-a$ なので $a<5$ となり, よって (あ),(い) を満たす a の範囲は $5-\sqrt{5} \leqq a < \boxed{5}$

(2) 2 本の直線から交点が 1 つだけ決まるので, 交点は全部で ${}_{10}C_2 = \frac{10\cdot9}{2} = \boxed{45}$ 個,
三角形は 3 本の直線から 1 つだけ決まるので, 全部で ${}_{9}C_3 = \frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2} = \boxed{84}$ 個

3

(1) [イ] $\cos 60^\circ = \frac{\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}}}{\boxed{|\vec{a}||\vec{b}|}}$

[ロ] $\frac{1}{2} = \frac{x-y+4}{\sqrt{1+1+16}\times3\sqrt{2}} = \frac{x-y+4}{18}$ より, $x-y+4=9$, よって $x-y=\boxed{5}$
となる。また, $|\vec{b}|^2 = x^2+y^2+1 = (3\sqrt{2})^2 = 18$ より $x^2+y^2 = \boxed{17}$ となる。
よって, $x^2+(x-5)^2-17 = 2x^2-10x+8=0$, $x^2-5x+4 = (x-1)(x-4)=0$
より, $x = \boxed{1}, \boxed{4}$ となる。
$x=1$ のときは $y=-4$, $x=4$ のときは $y=-1$ となり, よって $\vec{b} = (1,\boxed{-4},1)$, $(4,\boxed{-1},1)$ となる。

(2) [イ] $y' = \boxed{3}ax^2+\boxed{2}bx-3$ である。また, $x=-1$ での接線 $y=8x+3$ 上の接点は $(-1,\boxed{-5})$, 傾きは $\boxed{8}$ である。よって, $x=-1$ では $y'=8$ なので $8 = 3a-2b-3$ より $3a-2b=11$ となる。
$x=1$ では接線の傾きは $\boxed{-8}$ で, よって $y'=-8$ なので $-8=3a+2b-3$ より $3a+2b=-5$ となる。よって $a=\boxed{1}$, $b=\boxed{-4}$ となる。
また, 元のグラフは $(-1,-5)$ を通るので, $-5=-1-4+3+c$ より $c=\boxed{-3}$ となる。

[ロ] $y' = 3x^2-8x-3 = (\boxed{3}x+\boxed{1})(x-\boxed{3})$ より, 増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	極大	↘	極小	↗

$x=3$ のとき y は $y = 27-36-9-3 = -21$ より $x=\boxed{3}$ で極小値 $\boxed{-21}$ をとる。

２０２４年度一般選抜Ａ日程（２日目） 数学 正答例

1

(1) 有理化すると, $x=\dfrac{1-\sqrt{2}}{1-2}=\sqrt{2}-1,\ \ y=\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-2}=-\sqrt{2}-1$ となるので,

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(-2)\cdot 2\sqrt{2}=\boxed{-4}\sqrt{\boxed{2}}$

(2) $A=\{11,13,17,19\}$, $B=\{12,15,18\}$ なので, $\overline{A\cup B}=\overline{\{11,12,13,15,17,18,19\}}$
$=\boxed{\{10,14,16,20\}}$

(3) $a=\mathrm{BC}$, $b=\mathrm{CA}$, $c=\mathrm{AB}$ とすると, 余弦定理より $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$,
$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$, よって与式は $a+b\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=c\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$,
$2a^2+a^2+b^2-c^2=c^2+a^2-b^2,\ 2a^2+2b^2=2c^2,\ a^2+b^2=c^2$ より
$\boxed{\angle\mathrm{C}}=90^\circ$ の直角三角形。

(4) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\bar{\alpha}}=\dfrac{1}{3+2i}+\dfrac{1}{3-2i}=\dfrac{3-2i+3+2i}{(3+2i)(3-2i)}=\dfrac{6}{9+4}=\dfrac{\boxed{6}}{\boxed{13}}$

(5) 重心の座標は $\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{1}{3}\right)$, 斜辺 OA の傾きは $\dfrac{1}{2}$ なので求める直線の傾きは -2,

よって $y=-2\left(x-\dfrac{4}{3}\right)+\dfrac{1}{3}=-2x+3$ より求める直線は $y=\boxed{-2}x+\boxed{3}$

(6) $10+7+6+8+x<9+8+6+10+7$ より $x<9$, また $6,7,8,10,x$ の中央値が 8 なので, $x\geqq 8$, よって $x=\boxed{8}$ (点)

(7) $I=-\cos 15^\circ+\sin 15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)-\cos(45^\circ-30^\circ)$
$=\sin 45^\circ\cos 30^\circ-\cos 45^\circ\sin 30^\circ-(\cos 45^\circ\cos 30^\circ+\sin 45^\circ\sin 30^\circ)$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\boxed{-}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}}$

(8) $\log_{10}2^{5x}=5x\log_{10}2=1.5x>\log_{10}2000=\log_{10}2+3=3.3$ より,
$x>\dfrac{3.3}{1.5}=\dfrac{11}{5}=\boxed{2.2}$

(9) $\displaystyle\int_1^2(x+1)(2x-a)dx=\int_1^2\{2x^2+(2-a)x-a\}dx=\left[\frac{2x^3}{3}+\frac{(2-a)x^2}{2}-ax\right]_1^2$
$=\left(\dfrac{16}{3}+4-2a-2a\right)-\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{2-a}{2}-a\right)=\dfrac{14}{3}+3-\dfrac{5a}{2}=5$ より, $\dfrac{5}{2}a=\dfrac{8}{3}$,
よって $a=\dfrac{\boxed{16}}{\boxed{15}}$

(10) $a+9=a+1+8$ は 8 の倍数, $a+9=a+2+7$ は 7 の倍数なので $a+9$ は 56 の倍数となり正しいものは $\boxed{③}$。なお, ①,② は $a=47$ がひとつの反例。

(11) 公差は $\dfrac{11-23}{7-4}=-4$ なので, 第 8 項以降は 7,3,−1 となり, よって第 $\boxed{10}$ 項目で初めて負になる。

2

(1) [イ] $f(x)=(x+\boxed{2})^2-\boxed{7}$ より頂点は $(\boxed{-2},\boxed{-7})$

[ロ] $f(x)=2$ となる x は $x^2+4x-3=2,\ \ x^2+4x-5=(x+5)(x-1)=0$ より $x=\boxed{-5},\boxed{1}$ となる。最小値が -7 なのでこの範囲に $x=-2$ が含まれ, 最大値が 2 なので区間の左端が -5 か, 右端が 1 となる。よって $a=\boxed{-5},\boxed{-4}$

(2) 1 個も偶数の目が出ない確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$ なので, 少なくとも 1 個偶数の目が出る

確率は $1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$

3 個すべてが奇数の目になる確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$ なので, 3 回繰り返して 1 回だけ 3

個すべてが奇数の目になる確率は ${}_3\mathrm{C}_1\dfrac{1}{8}\cdot\left(\dfrac{7}{8}\right)^2=\dfrac{3\cdot 7^2}{8^3}=\dfrac{\boxed{147}}{\boxed{512}}$

3

(1) [イ] $(7,0)=s\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}=(s+2t,3s-t)$ より $s+2t=7,\ 3s-t=0$,
よって $s=\boxed{1}$, $t=\boxed{3}$

[ロ] $\overrightarrow{d}=p\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b}=(p+8,3p-4)$ が $\overrightarrow{a}$ と垂直なので,
$\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{a}=p+8+3(3p-4)=10p-4=0$ より $p=\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$, このとき,
$\overrightarrow{d}=\dfrac{2}{5}(1,3)+4(2,-1)=\left(\dfrac{\boxed{42}}{\boxed{5}},\dfrac{\boxed{-14}}{\boxed{5}}\right)=\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{5}}(3,-1)$

(2) [イ] $y'=\boxed{6}x^2-\boxed{18}x+\boxed{12}=6(x^2-3x+2)=6(x-1)(x-2)$ なので, 増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	極大	↘	極小	↗

よって, $x=\boxed{1}$ のときに極大値 $y=2-9+12+4=\boxed{9}$ をとり,
$x=\boxed{2}$ のときに極小値 $y=16-36+24+4=\boxed{8}$ をとる。

[ロ] $x=3$ では $y'=12$ なので ℓ_1 の傾きは $\boxed{12}$, $6x^2-18x+12=12$ となる x は $x^2-3x=0$ より $x=3, \boxed{0}$ となる。よって ℓ_2 は $x=0$ での接線で, その接点は $(0,4)$, よって ℓ_2 の方程式は $y=\boxed{12}x+\boxed{4}$

２０２４年度一般選抜Ｂ日程 数学 正答例

1

(1) $-6 < x \leqq 4$	(7) $I = 5$
(2) $0 < k \leqq 1$	(8) $x = 64$
(3) AB$=\dfrac{9}{2}$	(9) $S = \dfrac{46}{3}$
(4) 最大値 13.7 (日)	(10) $n = 10, 26$
(5) $a = 1,\ b = 2$	(11) $S_6 = 7$
(6) $y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{1}{6}$	

(1) $2x+5 \geqq 4x-3,\ -2x \geqq -8$ より $x \leqq 4$, また $3x > 2x-6$ より $x > -6$, よって $\underline{-6 < x \leqq 4}$

(2) A に含まれる整数は 0 と 1 なので, B がこのいずれかのみ, すなわち 1 のみを持つようにすればよいから $\underline{0 < k \leqq 1}$

(3) $\tan B = \dfrac{\mathrm{CA}}{3} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ より, CA$=\dfrac{3}{2}\sqrt{5}$, よって $\mathrm{AB} = \sqrt{9 + \dfrac{45}{4}} = \sqrt{\dfrac{81}{4}} = \underline{\dfrac{9}{2}}$

(4) 平均値は $\dfrac{5+12+5+3+2+19+2+2+1+2}{10} = \dfrac{53}{10} = 5.3$, よって偏差の最大値は $19 - 5.3 = \underline{13.7}$(日)

(5) $(x-1)(x+3) = a(x^2+1) + b(x-2),\ x^2+2x-3 = ax^2+bx+a-2b$ より, $\underline{a=1,\ b=2}$

(6) P の軌跡は線分 AB の垂直二等分線となる。AB の中点 M は $\mathrm{M}\left(-1, \dfrac{3}{2}\right)$, AB の傾きは $\dfrac{0-3}{-3-1} = \dfrac{3}{4}$ なので, 傾きが $-\dfrac{4}{3}$ で M を通る直線を求めればよい。
$y = -\dfrac{4}{3}(x+1) + \dfrac{3}{2} = -\dfrac{4}{3}x - \dfrac{4}{3} + \dfrac{3}{2} = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{1}{6}$ より $\underline{y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{1}{6}}$

(7) $I = \dfrac{\sin\theta(1+\cos\theta) + \sin\theta(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} = \dfrac{2\sin\theta}{1-\cos^2\theta} = \dfrac{2\sin\theta}{\sin^2\theta} = \dfrac{2}{\sin\theta} = 2 \div \dfrac{2}{5} = \underline{5}$

(8) $\log_2 x + \log_4 x - \log_8 x = \log_2 x + \dfrac{\log_2 x}{\log_2 4} - \dfrac{\log_2 x}{\log_2 8} = \left(1 + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right)\log_2 x$
$= \dfrac{7}{6}\log_2 x = 7$ より, $\log_2 x = 6$, よって $x = 2^6 = \underline{64}$

(9) $y = -x^2 + 6x$ は x 軸と $x = 0, 6$ で交わり $0 < x < 6$ では $y > 0$ なので 求める面積 S は $S = \displaystyle\int_1^3 (-x^2+6x)dx = \left[-\dfrac{x^3}{3} + 3x^2\right]_1^3 = -9 + 27 - \left(-\dfrac{1}{3} + 3\right) = \underline{\dfrac{46}{3}}$

(10) $\sqrt{n^2 - 51} = m$ とすると $n^2 - 51 = m^2$, $n^2 - m^2 = (n-m)(n+m) = 51 = 3 \times 17$ となり, n, m は正の整数より $n - m < n + m$ なので,
$\begin{cases} n-m = 3 \\ n+m = 17 \end{cases}$ または $\begin{cases} n-m = 1 \\ n+m = 51 \end{cases}$ のいずれかとなる。
前者の場合は $n = 10,\ m = 7$, 後者の場合は $n = 26,\ m = 25$ となるので, $\underline{n = 10, 26}$

(11) 公比は $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}$ なので, $S_6 = (\sqrt{2}-1)\dfrac{(\sqrt{2})^6 - 1}{\sqrt{2}-1} = 8 - 1 = \underline{7}$

2

(1) C_1 の頂点は, $y = (x+2a)^2 - 4a^2 + 5a + 6$ より $(-2a, -4a^2+5a+6)$, これが C_2 上にあるから, $-4a^2+5a+6 = 4a^2 - 4a^2 + a = a,\ 4a^2 - 4a - 6 = 0,\ 2a^2 - 2a - 3 = 0$,
よって $a = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+6}}{2} = \underline{\dfrac{1 \pm \sqrt{7}}{2}}$

(2) 合計が奇数になるのは, 奇数が 3 枚の場合と, 奇数が 1 枚で偶数が 2 枚の場合。よって, $p = \dfrac{{}_4\mathrm{C}_3 + {}_4\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_3} = \dfrac{4 + 4 \times 6}{56} = \underline{\dfrac{1}{2}}$
合計が 10 になる組は, (2,3,5), (2,4,4), (3,3,4) の組のみ。よって,
$q = \dfrac{({}_2\mathrm{C}_1)^3 + {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_3} = \dfrac{8+2+2}{56} = \underline{\dfrac{3}{14}}$

3

(1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}|^2 + t\,\overrightarrow{a} \cdot (2, -1, 2) = 1 + 9 + 4 + t(2 - 3 - 4) = 14 - 5t = 0$ より,
$\underline{t = \dfrac{14}{5}}$, また, このとき $\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a} = \dfrac{14}{5}(2, -1, 2)$ より,
$\underline{|\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}|} = \dfrac{14}{5}|(2, -1, 2)| = \dfrac{14}{5}\sqrt{4+1+4} = \underline{\dfrac{42}{5}}$

(2) [イ] $f'(x) = 3ax^2 - 6ax = 3ax(x-2)$, および $a > 0$ より, 増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	b	$\searrow$	$-4a+b$	$\nearrow$

よって, $\underline{極大値は\ b\ (x = 0\ のとき)}$

[ロ] $0 \leqq x \leqq 4$ での最小値は $x = 2$ でとるから $-4a + b = 0$ となる。
最大値は $x = 0$ か, または $x = 4$ でとるが, $f(4) = 64a - 48a + b = 16a + b$ で $a > 0$ より $f(4)$ が最大値となるので, $16a+b = 10$ となる。よって, $\underline{a = \dfrac{1}{2},\ b = 2}$