

基礎力確認テスト参考問題

1 数と式

問題 1 次の式を簡単にせよ。

(1) $I = x^2x^3x^7$

(2) $I = ((x^2)^3)^7$

(3) $I = (3a^3b^4)^2 \times (2ab^5)^3$

問題 2 次の式を展開せよ。

(1) $I = (x + 3)(3x - 5)$

(2) $I = (2x + 5)^2$

(3) $I = (2x + 1)(4x^2 + 2x - 1)$

(4) $I = (x + 1)(x + 3)(x - 5)$

問題 3 次の式を因数分解せよ。

(1) $I = 4x^2 - 9$

(2) $I = x^2 + 12x + 20$

(3) $I = 3x^2 - 5x - 2$

(4) $I = 2x^3 - 8x^2 + 8x$

問題 4 次の循環小数を分数に直せ。

(1) $a = 3.1\dot{4}$

(2) $a = 3.\dot{1}4$

問題 5 次の分数を循環小数に直せ。

(1) $a = \frac{11}{3}$

(2) $a = \frac{6}{11}$

問題 6 次の式を簡単にせよ。

$$(1) a = \sqrt{18} + \sqrt{50} - 2\sqrt{8}$$

$$(2) a = (\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{6}$$

$$(3) a = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$(4) a = \frac{3 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}}$$

$$(5) a = \frac{4}{3 + 2\sqrt{3}} + \frac{4}{3 - 2\sqrt{3}}$$

問題 7 次の不等式を解け。

$$(1) 3(x + 1) < 7 - 2x$$

$$(2) 4x \geq 6x - 7$$

$$(3) \begin{cases} 5x + 3 > x \\ 4x + 1 \leq 2x \end{cases}$$

$$(4) |x - 2| \leq 3$$

2 集合と論証

問題 1 次の集合の要素をすべて書き上げよ。

$$(1) A = \{x \mid 5 \leq x \leq 20 \text{ かつ } x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$(2) A = \{x \mid x \text{ は } 30 \text{ 以下の素数}\}$$

問題 2 次の集合の真部分集合をすべてあげよ。

$$(1) A = \{1, 7\}$$

$$(2) A = \{3, 4, 9\}$$

問題 3 次の性質を満たす集合 B をすべて求めよ。

$$(1) A = \{4, 5\}, A \cup B = \{4, 5, 7\}$$

$$(2) A = \{1, 2, 3\}, B \subset \{1, 2, 3, 5\}, A \cap B = \{2, 3\}$$

問題 4 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{1, 5, 7, 8\}$ に対して次のものを求めよ。

- (1) $(A \cap B) \cup C$
- (2) $A \cap (B \cup C)$

問題 5 $U = \{x \mid 0 \leq x \leq 10 \text{ の整数}\}$ が全体集合, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ のとき, 次のものを求めよ。

- (1) $A \cap \bar{B}$
- (2) $\bar{A} \cap B$
- (3) $\bar{A} \cap \bar{B}$
- (4) $\bar{A} \cup \bar{B}$

問題 6 次の問いに答えよ。

- (1) 条件「 $x \geq 2$ かつ $y < 3$ 」の否定を述べよ。
- (2) 条件「 $3x + 2 \geq 0$ 」が偽となるような x の範囲を求めよ。
- (3) 「 $x^2 \geq 4$ 」は「 $x \geq 2$ 」であるための何条件であるか答えよ。
- (4) 命題「 $x^2 \geq 3x$ ならば $x \geq 3$ 」は真か偽かを答え, 偽なら反例をあげよ。
- (5) 自然数 n に対する命題「 n が偶数 ならば n^2 は偶数」の裏を述べよ。

3 2 次関数

問題 1 次の 2 次関数の最大値を求めよ。

- (1) $y = x^2 - 2x - 4$ ($-2 \leq x \leq 3$)
- (2) $y = -x^2 - 6x + 3$ ($-5 \leq x \leq 0$)
- (3) $y = 2x^2 + 4x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$)

問題 2 次の 2 次関数のグラフの頂点の座標を求めよ。

- (1) $y = -x^2 + 6x + 2$
- (2) $y = x^2 + 3x - 8$
- (3) $y = 2x^2 + 8x + 3$

問題 3 次の 2 次関数のグラフを描け。

(1) $y = -x^2 + 4x - 7$

(2) $y = x^2 - 5x + 8$

(3) $y = -2x^2 + 4x - 3$

問題 4 次の問いに答えよ。

(1) $y = x^2 - 3$ を x 方向に 2 平行移動したグラフを持つ関数を求めよ。

(2) 頂点が $(3,4)$ で, 点 $(1,12)$ を通るグラフを持つ 2 次関数を求めよ。

(3) 3 点 $(3,0)$, $(-3,0)$, $(0,9)$ を通るグラフを持つ 2 次関数を求めよ。

問題 5 次の 2 次方程式の解を求めよ。

(1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

(2) $x(3x - 1) = 4$

(3) $x^2 + (x - 1)^2 = 6$

問題 6 次の問いに答えよ。

(1) $ax^2 - 7x - 5 = 0$ の解がただひとつのとき, 定数 a の値を求めよ。

(2) $3x^2 + x + a = 0$ が 2 つの実数解を持つとき, a の値の範囲を求めよ。

問題 7 次の 2 次不等式の解を求めよ。

(1) $x^2 + 5x \geq 6$

(2) $x^2 < 9$

(3) $x^2 > 7x$

4 図形と計量

問題 1 次の三角形 ABC に対して, 指定されたものを答えよ

(1) $\angle A = 90^\circ$, $BC=6$, $CA=\sqrt{11}$ のとき, $\sin B$ と $\tan B$ の値

(2) $\angle A = 90^\circ$, $BC=\sqrt{17}$, $AB=3$ のとき, $\cos B$ と $\sin B$ の値

(3) $\angle A = 90^\circ$, $AB=5$, $CA=7$ のとき, $\tan B$ と $\cos B$ の値を求めよ。

問題 2 次の値を求めよ。

(1) $0^\circ < \theta < 90^\circ$, $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ のとき $\cos \theta$ の値

(2) $0^\circ < \theta < 90^\circ$, $\cos \theta = \frac{1}{4}$ のとき $\tan \theta$ の値

問題 3 次の θ の値を求めよ。

(1) $0^\circ < \theta < 180^\circ$, $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ となる θ

(2) $0^\circ < \theta < 180^\circ$, $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ となる θ

問題 4 次の三角形 ABC に対して, 指定されたものを答えよ

(1) $AB=5$, $BC=2\sqrt{3}$, $CA=6$ のとき, $\cos A$ の値

(2) $\sin B = \frac{3}{4}$, $CA=5$, $BC=2$ のとき, $\sin A$ の値

(3) $AB=2\sqrt{2}$, $BC=3$, $\angle B = 45^\circ$ のとき, CA の長さ

(4) $AB=2\sqrt{2}$, $BC=3$, $\angle B = 45^\circ$ のとき, 三角形 ABC の面積

5 データの処理

問題 1 次の度数分布表の a, b, c, x の値を求めよ。

体重 (kg)	度数 (人)	相対度数
50 ~ 60	6	a
60 ~ 70	b	0.10
70 ~ 80	12	c
合計	x	1.00

問題 2 次の度数分布表からテストの点数の平均値を求めよ。

点数 (点)	度数 (人)
0 ~ 20	7
20 ~ 40	11
40 ~ 60	2
合計	20

問題 3 A グループが 30 人, B グループが 20 人で, A グループの体重の平均値が 50.0kg, 50 人全員の体重の平均値が 58.0kg のとき, B グループの体重の平均値を求めよ。

問題 4 A グループ 40 人の身長平均値が 165.0cm, B グループ n 人の身長平均値が 170.0cm, A,B グループ全員の身長平均値が 168.0cm のとき, n を求めよ。

問題 5 データ

3,5,2,4,6,0,8,9,4,5,7

の中央値 x と第 1 四分位数 y を求めよ。

問題 6 いずれも正の整数のデータ

x , 2,5,5,3,3,4,6

の中央値が, 最頻値のひとつでもあるとき, x の値を求めよ。

問題 7 データ

15, 16, 20, 21

の分散を求めよ。

問題 8 ある 4 つのデータの偏差がそれぞれ

7, 3, -6, -4

であるとき, 元の 4 つのデータの標準偏差を求めよ。

解答編

1 数と式

問題 1

$$(1) \quad I = x^{2+3+7} = \underline{x^{12}}$$

$$(2) \quad I = x^{2 \times 3 \times 7} = \underline{x^{42}}$$

$$(3) \quad I = 9a^6b^8 \times 8a^3b^{15} = \underline{72a^9b^{23}}$$

問題 2

$$(1) \quad I = 3x^2 + 9x - 5x - 15 = \underline{3x^2 + 4x - 15}$$

$$(2) \quad I = \underline{4x^2 + 20x + 25}$$

$$(3) \quad I = 8x^3 + 4x^2 - 2x + 4x^2 + 2x - 1 = \underline{8x^3 + 8x^2 - 1}$$

$$(4) \quad I = (x^2 + 4x + 3)(x - 5) = x^3 + 4x^2 + 3x - 5x^2 - 20x - 15 = \underline{x^3 - x^2 - 17x - 15}$$

問題 3

$$(1) \quad I = \underline{(2x + 3)(2x - 3)}$$

$$(2) \quad I = \underline{(x + 2)(x + 10)}$$

$$(3) \quad I = \underline{(3x + 1)(x - 2)}$$

$$(4) \quad I = 2x(x^2 - 4x + 4) = \underline{2x(x - 2)^2}$$

問題 4

$$(1) \quad 10a - a = 31.444\cdots - 3.144\cdots = 28.3, \quad 9a = \frac{283}{10}, \quad a = \frac{283}{90}$$

$$(2) \quad 100a - a = 314.1414\cdots - 3.1414\cdots = 311, \quad a = \frac{311}{99}$$

問題 5

$$(1) \quad a = 3 + \frac{2}{3} = 3.666\cdots = \underline{3.\dot{6}}$$

$$(2) \quad a = 0.5454\cdots = \underline{0.\dot{5}\dot{4}}$$

問題 6

$$(1) a = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \underline{4\sqrt{2}}$$

$$(2) a = \sqrt{12} + \sqrt{18} = \underline{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$$

$$(3) a = \frac{10\sqrt{5}}{5} = \underline{2\sqrt{5}}$$

$$(4) a = \frac{(3 - \sqrt{5})(2 - \sqrt{5})}{4 - 5} = \frac{6 - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5}{-1} = \underline{-11 + 5\sqrt{5}}$$

$$(5) a = \frac{4(3 - 2\sqrt{3}) + 4(3 + 2\sqrt{3})}{(3 + 2\sqrt{3})(3 - 2\sqrt{3})} = \frac{24}{9 - 12} = \underline{-8}$$

問題 7

$$(1) 3x + 3 < 7 - 2x, \quad 5x < 4, \quad \underline{x < \frac{4}{5}}$$

$$(2) -2x \geq -7, \quad \underline{x \leq \frac{7}{2}}$$

$$(3) 4x > -3, \quad x > -\frac{3}{4}, \quad 2x \leq -1, \quad x \leq -\frac{1}{2}, \quad \text{よって } \underline{-\frac{3}{4} < x \leq -\frac{1}{2}}$$

$$(4) -3 \leq x - 2 \leq 3, \quad \underline{-1 \leq x \leq 5}$$

2 集合と論証

問題 1

$$(1) A = \underline{\{6, 9, 12, 15, 18\}}$$

$$(2) A = \underline{\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}}$$

問題 2

$$(1) \underline{\phi, \{1\}, \{7\}}$$

$$(2) \underline{\phi, \{3\}, \{4\}, \{9\}, \{3, 4\}, \{3, 9\}, \{4, 9\}}$$

問題 3

$$(1) B = \underline{\{7\}, \{4, 7\}, \{5, 7\}, \{4, 5, 7\}}$$

(2) $B = \{2, 3\}, \{2, 3, 5\}$

問題 4

(1) $A \cap B = \{1, 3, 5\}$ より, $(A \cap B) \cup C = \{1, 3, 5, 7, 8\}$

(2) $B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$ より, $A \cap (B \cup C) = \{1, 3, 5\}$

問題 5

(1) $A \cap \bar{B} = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{0, 2, 4, 6, 8, 10\} = \{2, 4\}$

(2) $\bar{A} \cap B = \{0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 7, 9\}$

(3) $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \overline{\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}} = \{0, 6, 8, 10\}$

(4) $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B} = \overline{\{3, 5\}} = \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$

問題 6

(1) $x < 2$ または $y \geq 3$

(2) $x < -\frac{2}{3}$ では $3x + 2 < 0$ なので, $x < -\frac{2}{3}$

(3) 「 $x \geq 2$ 」ならば「 $x^2 \geq 4$ 」となるので, 「 $x^2 \geq 4$ 」は「 $x \geq 2$ 」の 必要条件

(4) 偽。反例は例えば $x = 0$ ($x \leq 0$ の値がすべて反例)

(5) n が奇数ならば n^2 は奇数

3 2 次関数

問題 1

(1) $y = (x-1)^2 - 5$ より $x = -2$ で最大値を取る。 $x = -2$ のとき $y = 4 + 4 - 5 = 3$,
よって 最大値 3 ($x = -2$ のとき)

(2) $y = -(x+3)^2 + 12$ より 最大値 12 ($x = -3$ のとき)

(3) $y = 2(x+1)^2 - 3$ より $x = 3$ で最大値を取る。 $x = 3$ のとき
 $y = 18 + 12 - 3 = 27$, よって 最大値 27 ($x = 3$ のとき)

問題 2

- (1) $y = -(x - 3)^2 + 11$ より頂点の座標は $(3, 11)$
- (2) $y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$ より頂点の座標は $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{41}{4}\right)$
- (3) $y = 2(x + 2)^2 - 5$ より頂点の座標は $(-2, -5)$

問題 3

- (1) $y = -(x - 2)^2 - 3$ (グラフは略)
- (2) $y = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$ (グラフは略)
- (3) $y = -2(x - 1)^2 - 1$ (グラフは略)

問題 4

- (1) 頂点は $(2, -3)$ になるから $y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$, よって $y = x^2 - 4x + 1$
- (2) $y = a(x - 3)^2 + 4$ とすると, $12 = a(1 - 3)^2 + 4 = 4a + 4$, $a = 2$,
 $y = 2(x - 3)^2 + 4 = 2(x^2 - 6x + 9) + 4$ より, $y = 2x^2 - 12x + 22$
- (3) $y = a(x - 3)(x + 3)$ とすると, $y = a(x^2 - 9) = ax^2 - 9a$, よって $-9a = 9$ より $a = -1$, $y = -x^2 + 9$

問題 5

- (1) $(2x - 1)(x - 2) = 0$, $x = 2, \frac{1}{2}$
- (2) $3x^2 - x - 4 = 0$, $(3x - 4)(x + 1) = 0$, $x = -1, \frac{4}{3}$
- (3) $x^2 + x^2 - 2x + 1 = 6$, $2x^2 - 2x - 5 = 0$, $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{2}$

問題 6

- (1) $D = 49 + 20a = 0$, $a = -\frac{49}{20}$
- (2) $D = 1 - 12a > 0$, $a < \frac{1}{12}$

問題 7

$$(1) \quad x^2 + 5x - 6 \geq 0, \quad (x + 6)(x - 1) \geq 0, \quad \underline{x \leq -6, x \geq 1}$$

$$(2) \quad x^2 - 9 < 0, \quad (x - 3)(x + 3) < 0, \quad \underline{-3 < x < 3}$$

$$(3) \quad x^2 - 7x > 0, \quad x(x - 7) > 0, \quad \underline{x < 0, x > 7}$$

4 図形と計量

問題 1

$$(1) \quad \sin B = \frac{\sqrt{11}}{6}, \quad AB = \sqrt{36 - 11} = \sqrt{25} = 5 \text{ より}, \quad \tan B = \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$(2) \quad \cos B = \frac{3}{\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}, \quad CA = \sqrt{17 - 9} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ より},$$

$$\sin B = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$$

$$(3) \quad \tan B = \frac{7}{5}, \quad BC = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74} \text{ より}, \quad \cos B = \frac{5}{\sqrt{74}} = \frac{5\sqrt{74}}{74}$$

問題 2

$$(1) \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ では } \cos \theta > 0 \text{ より}, \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$(2) \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} = 16, \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ では } \tan \theta > 0 \text{ より}, \quad \tan \theta = \underline{\sqrt{15}}$$

問題 3

$$(1) \quad \theta = \underline{120^\circ}$$

$$(2) \quad \theta = \underline{150^\circ}$$

問題 4

$$(1) \quad \text{余弦定理より } (2\sqrt{3})^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos A, \quad 12 = 25 + 36 - 60 \cos A, \\ \cos A = \frac{49}{60}$$

$$(2) \quad \text{正弦定理より } \frac{CA}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}, \quad \text{よって } \sin A = \frac{BC}{CA} \sin B = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

$$(3) \text{ 余弦定理より } CA^2 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 3 \cos 45^\circ = 8 + 9 - 12\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ = 17 - 12 = 5, \text{ よって } CA = \underline{\sqrt{5}}$$

$$(4) \text{ 面積は } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3 \times \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{3}$$

5 データの処理

問題 1 $a + c = 1 - 0.10 = 0.90$, $c = 2a$ より $3a = 0.90$, $\underline{a = 0.30, c = 0.60}$,
 $b = \frac{6}{3} = \underline{2}$, $x = 6 + 2 + 12 = \underline{20}$

問題 2 平均値は $\frac{10 \times 7 + 30 \times 11 + 50 \times 2}{20} = \frac{500}{20} = \underline{25}$ (点)

問題 3 平均値は $\frac{58.0 \times 50 - 50.0 \times 30}{20} = \frac{1400}{20} = \underline{70.0}$ (kg)

問題 4 $\frac{165.0 \times 40 + 170.0 \times n}{40 + n} = 168.0$, $165.0 \times 40 + 170.0n = 168.0(40 + n)$
 $= 168.0 \times 40 + 168.0n$, $2.0n = 3.0 \times 40 = 120$, よって $n = \underline{60}$ (人)

問題 5 小さい順に並べると, 0,2,3,4,4,5,5,6,7,8,9 なので, 中央値 x は $\underline{x = 5}$,
 第 1 四分位数は 0,2,3,4,4 の中央値なので $\underline{y = 3}$

問題 6 x 以外を小さい順に並べると, 2,3,3,4,5,5,6 なので, $x \leq 3$ ならば中央値は 3.5
 だから最頻値にはならない。 $x = 4$ なら中央値は 4 で最頻値にもなる。 $x \geq 5$ なら
 中央値は 4.5 だから最頻値にはならない。 よって $\underline{x = 4}$

問題 7 平均値は $\frac{15 + 16 + 20 + 21}{4} = \frac{72}{4} = 18$, よって偏差は $-3, -2, 2, 3$ だから,
 分散は $\frac{9 + 4 + 4 + 9}{4} = \frac{26}{4} = \underline{6.5}$

問題 8 分散は $\frac{49 + 9 + 36 + 16}{4} = \frac{110}{4}$, よって標準偏差は $\sqrt{\frac{110}{4}} = \underline{\frac{\sqrt{110}}{2}}$