企業がつくったものづくり大学

新潟工科大学

推薦特待生選抜試験
過去問題集

2021～2023年度

目　次

■推薦特待生選抜試験（2021～2023年度）

2021年度　数学

1

以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) $I=-6x(x-1)-7x(x+1)+15(x-1)(x+1)$ を因数分解せよ。

(2) 集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{1,3,5,7,9\}$ に対し, 集合 C が $C\subset A$ かつ $B\cap C=\phi$ を満たすとき, 要素数が最大となるような C を求めよ。

(3) x の 2 次方程式 $9x^2-2mx+m-2=0$ が重解をもつとき, m の値を求めよ。

(4) 直線 $y=5x+2$ が x 軸の正の向きとなす角を θ $(0^\circ<\theta<90^\circ)$ とするとき, $\sin\theta$ の値を求めよ。

(5) データ 18, 59, 5, 22, 19, 30, 7, 7 の第 3 四分位数 Q を求めよ。

(6) x の 2 次方程式 $(x-2)(x-8)=m$ の解が $x=5\pm i$ のとき, m の値を求めよ。

(7) 2 点 $\mathrm{A}(0,a)$, $\mathrm{B}(a+2,0)$ $(a>0)$ があって, 直線 $2x+3y-5=0$ が三角形 OAB の重心を通るとき, 定数 a の値を求めよ。

(8) $\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ を満たす θ の値を求めよ。

(9) $a=\left(\log_2 3+\log_8 9\right)\left(\log_3 8+\log_9 2\right)$ の値を求めよ。

(10) 不定積分 $I=\displaystyle\int\left\{x(2x^2+3)-2x^2(x+6)\right\}dx$ を求めよ。

2

以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 関数 $y=6x^2-6x+C$ $(0\leqq x\leqq 2)$ の最大値が 18 であるように, 定数 C の値を定めよ。

(2) 三角形 ABC の 3 つの角のうち最も大きな角を θ とする。AB : BC : CA = 7 : 9 : 10 を満たすとき, $\cos\theta$ の値を求めよ。

3

以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 不等式 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2x}+4\times 2^{x-2}-20>0$ を解け。

(2) 関数 $y=x^3$ のグラフの $x=2$ での接線を $y=g(x)$ とするとき, 関数 $f(x)=x^3-g(x)$ の極大値を求めよ。

2022年度　数学

1 以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) $\dfrac{2}{11}$ を小数で表したとき, 小数第 101 位の数字を求めよ。

(2) $a=3$, $A=\{x|\ x$ は偶数$\}$ であるとき, 「a $\square$ A」の $\square$ の中に適するものを以下から選べ。

$\in$　　$\notin$　　$\subset$

(3) 本棚に 200 冊の本があり, それぞれの総ページ数による度数分布表が下のようになった。このとき, x の値を求めよ。

総ページ数	度数	相対度数
0 以上　50 未満	10	0.05
50 以上 100 未満		0.22
100 以上 150 未満		0.31
150 以上 200 未満		0.27
200 以上 250 未満	x	
計	200	

(4) 関数 $y=-2x^2+3\ (-1 \leqq x \leqq 2)$ の値域を求めよ。

(5) 三角形 ABC において, AB=9, CA=5, $\cos A=\dfrac{7}{9}$ のとき, BC の長さを求めよ。

(6) 和が -4, 積が 7 となるような 2 つの数を求めよ。

(7) 点 A$(6,-3)$ に関して, 点 B(2,3) と対称な点 C の座標を求めよ。

(8) 関数 $y=a\cos\theta+2b\ (a,b>0)$ の最大値が 6, 最小値が 2 のとき, 定数 a, b の値を求めよ。

(9) 方程式 $36^{2x}=6^{x+12}$ を解け。

(10) 定積分 $I=\displaystyle\int_{-1}^{3}(x^2-3x)dx$ を求めよ。

2 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) x, y が $2x+y=3$ を満たしながら動くとき, $\ell=x^2+2y^2$ の最小値, およびそのときの x, y の値を求めよ。

(2) $5\sin^2\theta-3\cos^2\theta=2\ (90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ のとき, $\cos\theta$ の値を求めよ。

3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) $\log_2 3=a$, $\log_3 7=b$ とするとき, $\log_3 2$ を a を用いて表せ。また, $\log_{63} 84$ を a, b を用いて表せ。

(2) 曲線 $y=x^2$ 上の, 原点とは異なる点 P におけるこの曲線の接線を ℓ とする。ℓ と x 軸との交点を A, ℓ と y 軸との交点を B とおく。このとき, 次の問いに答えよ。

[イ] 点 A の座標が $(-1,0)$ のとき, 接線 ℓ の方程式を求めよ。

[ロ] [イ] のとき, 線分 PB の長さを求めよ。

2023年度　数学

1 以下の問題の解答を, 解答用紙の該当する枠内に書き込むこと。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式を記入する必要はない**。

(1) 不等式 $\dfrac{2x+5}{2} - \dfrac{x+7}{3} < x$ を解け。

(2) $A = \{x \mid x$ は $x^2 - 2x - 3 < 0$ を満たす整数$\}$,

$B = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ のとき, $A \cap B$ を求めよ。

(3) 2 次方程式 $3x^2 + 2x - 4(k+1) = 0$ が実数解のみを持つような

定数 k の値の範囲を求めよ。

(4) 三角形 ABC において, CA=5, $\angle$A $=$ 90°, $\sin C = \dfrac{1}{3}$ のとき,

AB の長さを求めよ。

(5) 次のデータは, ある野球チームの 10 試合分の得点 (値は 0 以上

の整数) である。

1, 0, 3, 5, 2, 3, 0, 1, 4, n (点)

データの中央値が 2 のとき, n の値, および平均値 A を求めよ。

(6) $(x-1)^{10}$ の展開式における x^7 の項の係数を求めよ。

(7) 2 点 A(3,5), B$(-1,7)$ に対して, 線分 AB を直径とする円の方程

式を求めよ。

(8) $\sin\theta = \dfrac{2}{5}$ $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ のとき, $\cos(\theta + 30^\circ)$ の値を求めよ。

(9) $I = \log_{0.5} \dfrac{10}{52} - 2\log_{0.5} \dfrac{5}{3} + \log_{0.5} \dfrac{65}{9}$ を簡単にせよ。

(10) 不定積分 $I = \displaystyle\int (x-1)(6x+5)\,dx$ を求めよ。

2 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが点 (1,0) を通り, $x = -2$ でこの関数が最大値 9 をとる。このとき, 定数 a, b, c の値を求めよ。

(2) 中心が O で半径 1 の円があり, その円周を 8 等分する 8 つの点から, 隣接する 3 点 A,B,C をとり, AB=BC となるようにするとき, 次の問いに答えよ。

[イ] $\mathrm{AB} = a$ とするとき, a^2 の値を求めよ。

[ロ] 三角形 ABC の面積 S を求めよ。

3 以下の問題の解答を, 解答用紙に記述せよ。

なお, この問題は, 解答用紙に**途中の計算式も記入すること**。

(1) 関数 $y = 16^x - 2 \times 2^{2x}$ について, 次の問いに答えよ。

[イ] $t = 4^x$ とおき, y を t の式で表せ。

[ロ] $-1 \leqq x \leqq 1$ のとき, この関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) a を定数とするとき, 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + a$ について, 次の問いに答えよ。

[イ] $f(x)$ の増減表を書き, 極値を求めよ。

[ロ] $x \geqq 0$ の範囲において $f(x) \geqq 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。

2021年度　数学　正答例

1

(1) $I=(x-3)(2x+5)$	(6) $m=-10$
(2) $C=\{2,\ 4\}$	(7) $a=\dfrac{11}{5}$
(3) $m=3,\ 6$	(8) $\theta=\dfrac{\pi}{3}$
(4) $\sin\theta=\dfrac{5\sqrt{26}}{26}$	(9) $a=\dfrac{35}{6}$
(5) $Q=26$	(10) $I=-4x^3+\dfrac{3x^2}{2}+C$

(1) $I=-6x^2+6x-7x^2-7x+15x^2-15=2x^2-x-15=\underline{(x-3)(2x+5)}$

(2) C は A に含まれ, かつ B の要素は含まないので, $C\subset\{2,4\}$ となる。よって $\underline{C=\{2,4\}}$

(3) 判別式を D とすると $\dfrac{D}{4}=m^2-9(m-2)=(m-3)(m-6)=0$ より $m=\underline{3,6}$

(4) $\tan\theta=5$ より, $\sin\theta=\dfrac{5}{\sqrt{25+1}}=\underline{\dfrac{5\sqrt{26}}{26}}$

(5) 上位半分は 19, 22, 30, 59 なので, $Q=\dfrac{22+30}{2}=\underline{26}$

(6) $m=(3\pm i)(-3\pm i)=i^2-9=\underline{-10}$

(7) 重心は $\left(\dfrac{a+2}{3},\dfrac{a}{3}\right)$ だから, $\dfrac{2}{3}(a+2)+a-5=\dfrac{5a}{3}-\dfrac{11}{3}=0$ より $a=\underline{\dfrac{11}{5}}$

(8) $0\leqq\dfrac{\theta}{2}<\pi$ より $\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\pi}{6}$, よって $\theta=\underline{\dfrac{\pi}{3}}$

(9) $\log_2 3+\log_8 9=\log_2 3+\dfrac{\log_2 9}{3}=\log_2 3+\dfrac{2}{3}\log_2 3=\dfrac{5}{3}\log_2 3$

$$\log_3 8+\log_9 2=\frac{3}{\log_2 3}+\frac{1}{\log_2 9}=\frac{3}{\log_2 3}+\frac{1}{2\log_2 3}=\frac{7}{2\log_2 3}$$

よって, $a=\underline{\dfrac{35}{6}}$

(10) $I=\displaystyle\int(3x-12x^2)dx=\underline{-4x^3+\dfrac{3x^2}{2}+C}$

2

(1) $y=6x^2-6x+C=6\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+C-\dfrac{3}{2}$ となるので, $0\leqq x\leqq 2$ では $x=2$ で最大値 $y=24-12+C=C+12$ を取る。よって $\underline{C=6}$

(2) θ は最大辺に向かい合う角なので $\theta=B$ となる。AB $=7k$, BC $=9k$, CA $=10k$ $(k>0)$ とすると, 余弦定理より $(10k)^2=(7k)^2+(9k)^2-2\cdot 7k\cdot 9k\cos\theta$ となるので,

$$\cos\theta=\frac{49k^2+81k^2-100k^2}{2\cdot 63k^2}=\frac{30}{2\cdot 63}=\underline{\frac{5}{21}}$$

3

(1) $2^{2x}+2^x-20>0$ より $t=2^x$ とすると $t>0$ で, $t^2+t-20=(t+5)(t-4)>0$, $t<-5,\ t>4$ となるから $t>0$ より $t=2^x>4$, よって $\underline{x>2}$

(2) $(x^3)'=3x^2$ より, $x=2$ での接線の傾きは 12, よって $g(x)=12(x-2)+8=12x-16$ だから $f(x)=x^3-12x+16$ となる。$f'(x)=3x^2-12=3(x-2)(x+2)$ より増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって $f(-2)=-8+24+16=32$ より, $\underline{極大値\ 32\ (x=-2)}$

2022年度　数学　正答例

1

(1) 1	(6) $-2-\sqrt{3}\,i,\ -2+\sqrt{3}\,i$
(2) $\notin$	(7) C$(10,-9)$
(3) $x=30$	(8) $a=2,\ b=2$
(4) $-5 \leqq y \leqq 3$	(9) $x=4$
(5) BC=6	(10) $I=-\dfrac{8}{3}$

(1) $\dfrac{2}{11}=0.181818\cdots$ の循環小数なので, 奇数位の数字は $\underline{1}$

(2) a は A に含まれないので $\underline{a \notin A}$

(3) 200 以上 250 未満の相対度数は $1-(0.05+0.22+0.31+0.27)=1-0.85=0.15$, よって $\dfrac{x}{200}=0.15$ より $x=200\times 0.15=\underline{30}$

(4) $y=-2x^2+3$ は $x=0$ で最大値 3, $x=2$ で最小値 $-8+3=-5$ をとる。よって値域は $\underline{-5 \leqq y \leqq 3}$

(5) 余弦定理より $\mathrm{BC}^2=9^2+5^2-2\times 9\times 5\cos A=81+25-70=36$, よって $\underline{\text{BC=6}}$

(6) この 2 数は $x^2+4x+7=0$ の 2 つの解となるから, $x=-2\pm\sqrt{4-7}=\underline{-2-\sqrt{3}\,i,\ -2+\sqrt{3}\,i}$

(7) BC の中点が A だから C(x,y) とすると, $\dfrac{x+2}{2}=6,\ \dfrac{y+3}{2}=-3$ より $x=10,\ y=-9$, よって $\underline{\mathrm{C}(10,-9)}$

(8) 最大値は $\cos\theta=1$ のときだから $a+2b=6$, 最小値は $\cos\theta=-1$ のときだから $-a+2b=2$, よって $\underline{a=2,\ b=2}$

(9) $36^{2x}=(6^2)^{2x}=6^{4x}$ より $4x=x+12$, よって $\underline{x=4}$

(10) $I=\left[\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}\right]_{-1}^{3}=\dfrac{27}{3}-\dfrac{27}{2}-\left(-\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{27}{6}+\dfrac{11}{6}=\underline{-\dfrac{8}{3}}$

2

(1) $y=3-2x$ より,

$$\begin{aligned}\ell &= x^2+2(3-2x)^2 = 9x^2-24x+18 = 9\left(x^2-\frac{8}{3}x\right)+18\\ &= 9\left(x-\frac{4}{3}\right)^2+2\end{aligned}$$

となるので, $\underline{\ell \text{ の最小値は } 2}$, そのときの x は $\underline{x=\dfrac{4}{3}}$,
y は $y=3-2x=3-\dfrac{8}{3}=\underline{\dfrac{1}{3}}$

(2) $5\sin^2\theta-3\cos^2\theta=5-8\cos^2\theta=2$ より, $\cos^2\theta=\dfrac{3}{8}$, $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ では $\cos\theta \leqq 0$ だから, $\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{3}{8}}=\underline{-\dfrac{\sqrt{6}}{4}}$

3

(1) $\log_3 2$ は底の変換により, $\log_3 2=\dfrac{\log_2 2}{\log_2 3}=\underline{\dfrac{1}{a}}$ となる。$\log_{63}84$ は,

$$\begin{aligned}\log_{63}84 &= \frac{\log_3 84}{\log_3 63} = \frac{\log_3(2^2\times 3\times 7)}{\log_3(3^2\times 7)} = \frac{2\log_3 2+1+\log_3 7}{2+\log_3 7}\\ &= \frac{\frac{2}{a}+1+b}{2+b} = \underline{\frac{ab+a+2}{ab+2a}}\end{aligned}$$

(2) [イ] P(a,a^2) とすると, 原点以外なので $a\neq 0$ であり, $(x^2)'=2x$ より ℓ は $y=2a(x-a)+a^2=2ax-a^2$ となり, これが A$(-1,0)$ を通るから $0=-2a-a^2$, $a(a+2)=0$ となり, $a\neq 0$ より $a=-2$ となる。よって ℓ は $\underline{y=-4x-4}$

[ロ] $a=-2$ より B$(0,-4)$, P$(-2,4)$ となる。よって

$$\mathrm{PB}=\sqrt{(0+2)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}=\underline{2\sqrt{17}}$$

2023年度　数学　正答例

1

(1) $x > \frac{1}{2}$	(6) -120
(2) $A \cap B = \{0,\ 1\}$	(7) $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 5$
(3) $k \geqq -\frac{13}{12}$	(8) $\cos(\theta + 30^\circ) = \frac{3\sqrt{7}-2}{10}$
(4) $\mathrm{AB} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$	(9) $I = 1$
(5) $n = 2,\ A = 2.1$	(10) $I = 2x^3 - \frac{x^2}{2} - 5x + C$ (C は積分定数)

(1) $3(2x+5) - 2(x+7) < 6x$, $-2x + 1 < 0$ より $\underline{x > \frac{1}{2}}$

(2) $x^2 - 2x - 3 < 0$ は $(x-3)(x+1) < 0$ より $-1 < x < 3$ なので $A = \{0,\ 1,\ 2\}$, よって $\underline{A \cap B = \{0,\ 1\}}$

(3) 判別式 D が $D \geqq 0$ であればよいので, $\frac{D}{4} = 1 + 12(k+1) = 12k + 13 \geqq 0$ より $\underline{k \geqq -\frac{13}{12}}$

(4) $\mathrm{BC} = \ell$, $\mathrm{AB} = h$ とすると, $\sin C = \frac{h}{\ell} = \frac{1}{3}$ より $\ell = 3h$, よって $\ell^2 = 9h^2 = h^2 + 25$ より $8h^2 = 25$, よって $\mathrm{AB} = h = \sqrt{\frac{25}{8}} = \underline{\frac{5\sqrt{2}}{4}}$

(5) n 以外を昇順に並べると, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5 であるから, n を入れたデータの中央値が 2 なので $\underline{n = 2}$, よって平均値は $A = \frac{1+1+2+2+3+3+4+5}{10} = \underline{2.1}$

(6) 二項定理より x^7 の係数は ${}_{10}\mathrm{C}_3(-1)^3 = -\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{-120}$

(7) 中心は AB の中点なので $\left(\frac{3-1}{2}, \frac{5+7}{2}\right) = (1, 6)$, 半径は AB の半分なので $\frac{\mathrm{AB}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(3+1)^2 + (5-7)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{5}$, よって $\underline{(x-1)^2 + (y-6)^2 = 5}$

(8) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ より $\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$, よって加法定理より
$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos\theta\cos 30^\circ - \sin\theta\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{21}}{5}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{5}\frac{1}{2} = \underline{\frac{3\sqrt{7}-2}{10}}$

(9) $I = \log_{0.5}\frac{10}{52} - \log_{0.5}\frac{25}{9} + \log_{0.5}\frac{65}{9} = \log_{0.5}\left(\frac{10 \times 9 \times 65}{52 \times 25 \times 9}\right) = \log_{0.5}\frac{1}{2} = \underline{1}$

(10) $I = \int(6x^2 + 5x - 6x - 5)\,dx = \int(6x^2 - x - 5)\,dx$
$\underline{= 2x^3 - \frac{x^2}{2} - 5x + C \ (C \text{ は積分定数})}$

2

(1) $x = -2$ で最大値 9 を持つから $a < 0$ で, $y = a(x+2)^2 + 9$ と書ける。(1,0) を通るので $0 = 9a + 9$ より $a = -1$, よって $y = -(x+2)^2 + 9 = -x^2 - 4x - 4 + 9 = -x^2 - 4x + 5$ となり, $\underline{a = -1,\ b = -4,\ c = 5}$

(2) [イ] $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ より, △OAB は OA=OB=1, AB=a, $\angle\mathrm{AOB} = 45^\circ$ なので, 余弦定理より $a^2 = 1 + 1 - 2\cos 45^\circ = \underline{2 - \sqrt{2}}$

[ロ] $\angle\mathrm{OBA} = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2}$ より $\angle\mathrm{ABC} = 135^\circ$ となる。よって
$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = a$ より $S = \frac{1}{2}a^2\sin 135^\circ = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$

3

(1) [イ] $y = (4^2)^x - 2 \times 4^x = (4^x)^2 - 2 \times 4^x = \underline{t^2 - 2t}$

[ロ] $-1 \leqq x \leqq 1$ より $t = 4^x$ は $\frac{1}{4} \leqq t \leqq 4$ であり, $y = t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1$ なので, $t = 1$ で最小値 -1, $t = 4$ で最大値 8 を取る。$t = 1$ のときは $x = 0$, $t = 4$ のときは $x = 1$ なので, $\underline{最小値\ -1\ (x = 0\ のとき), 最大値\ 8\ (x = 1\ のとき)}$

(2) [イ] $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$, $f(0) = a$, $f(4) = 64 - 96 + a = a - 32$ より増減表は以下の通り。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	a	↘	$a-32$	↗

よって $\underline{極大値\ a\ (x = 0\ のとき), 極小値\ a - 32\ (x = 4\ のとき)}$

[ロ] $x \geqq 0$ の範囲で $f(x) \geqq 0$ となるためには, 増減表より, $x \geqq 0$ での最小値 $f(4)$ が $f(4) \geqq 0$ であることが条件となる。よって $\underline{a \geqq 32}$